Asignación III — HW CH17A (G500)

ME4932 Aircraft Performance & Design

Antonio Pérez

Tabla de variables

Símbolo	Nombre	Unidades	Inglés
S	Área alar de referencia	ft^2	Wing reference area
b	Envergadura	ft	Wingspan
AR	Relación de aspecto	–	Aspect ratio
e	Eficiencia de Oswald	–	Oswald efficiency
C_{D0}	Arrastre parásito	–	Zero-lift drag
k	Factor inducido ($1/\pi ARe$)	–	Induced-drag factor
W	Peso	lbf	Weight
T	Empuje disponible	lbf	Thrust
T_R	Empuje requerido	lbf	Required thrust
ρ	Densidad del aire	$\mathrm{slug/ft}^3$	Air density
a	Velocidad del sonido	ft/s	Speed of sound
V	TAS	ft/s, kt	True airspeed
q	Presión dinámica	$\mathrm{lbf/ft}^2$	Dynamic pressure
C_L, C_D	Coefs. de sustentación/arrastre	–	Lift/Drag coefficients
TSFC	Cons. específico de empuje	$\mathrm{lb/(lbf \cdot h)}$	Thrust SFC

Tabla de fórmulas del Módulo 17

Fórmula	Qué optimiza / Cómo se usa
$k = \dfrac{1}{\pi ARe}, \quad C_D = C_{D0} + k\,C_L^2$	Polar parabólica (parásito + inducido). Base de todos los óptimos.
$q = \frac{1}{2}\rho V^2,\ C_L = \dfrac{W}{qS}$ (nivelado)	Convierte condición (ρ, V) en C_L.
$D = qSC_D,\ T_R = D,\ P_R = T_R V$	Arrastre, empuje requerido y potencia requerida en vuelo nivelado.
$\dfrac{L}{D} = \dfrac{C_L}{C_D}$	Eficiencia aerodinámica.
Óptimos (vía polar parabólica):	
$\boxed{k\,C_L^2 = C_{D0}}$	$\left.\dfrac{L}{D}\right\|_{\text{máx}} = \dfrac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}, \quad C_{L,\,L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\dfrac{C_{D0}}{k}},$ $C_D = 2C_{D0}$.
$\boxed{k\,C_L^2 = 3\,C_{D0}}$	Mínima potencia (hélices): $C_{L,\text{mín}\,P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}}$, $(L/D)_{\text{mín}\,P} = 0{,}866(L/D)_{\text{máx}}$, $V_{\text{mín}\,P} \approx 0{,}76V_{L/D\,\text{máx}}$.
$\boxed{k\,C_L^2 = \frac{1}{3}C_{D0}}$	Mejor *jet range*: $(L/D)_{\text{range}} = 0{,}866(L/D)_{\text{máx}}$, $V_{\text{range,jet}} \approx 1{,}316V_{L/D\,\text{máx}},\ C_D = \frac{4}{3}C_{D0}$.
Ascenso y techo:	
$P_s = \dfrac{(T-D)V}{W},\ \text{ROC} = P_s$	Razón de ascenso; máximo P_s da mínimo tiempo a igual Δh.
$\sin\gamma = \dfrac{T-D}{W}$	Ángulo de ascenso instantáneo.
Breguet (jets):	
$R = \dfrac{V}{\text{TSFC}}\left(\dfrac{L}{D}\right)\ln\dfrac{W_i}{W_f}$	Alcance: asume $V/\text{TSFC}\cdot L/D \approx$ cte en el tramo.
$E = \dfrac{1}{\text{TSFC}}\left(\dfrac{L}{D}\right)\ln\dfrac{W_i}{W_f}$	Autonomía (loiter): sin factor V.
Altitud / empuje:	
$\sigma = \rho/\rho_0,\ T_{\text{máx}}(h) = T_{\text{máx},SL}\sigma$	Escala propulsiva simple con densidad ISA.
Ascenso y techo (óptimos de jet a S.L.):	
$P_s = \dfrac{(T-D)V}{W},\ D(V) = A\,V^2 + \frac{B}{V^2}$	Poder específico y arrastre vs. velocidad.

$A = \frac{1}{2}\rho S C_{D0}, \;\; B = \dfrac{2kW^2}{\rho S}$	Coeficientes condensados de la polar.
$\boxed{V^2 = \dfrac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}}, \;\; V^{=\sqrt{V^2}}$	Velocidad que maximiza P_s (mínimo tiempo de ascenso).
Límite de Mach: $V \leq 0{,}85a$	Si $V^{>0{,}85a}$, usar $V = 0{,}85a$.

Datos iniciales (G500)

Símbolo	**Descripción**	**Valor**	**Unidades**
C_{D0}	Coeficiente de arrastre parásito a limpio	**0,0142**	–
S	Área alar de referencia	**992,8**	ft^2
e	Eficiencia de Oswald (parábola)	**0,612**	–
AR	Relación de aspecto del ala	**7,51**	–
$W_{\text{máx}\,TO}$	Peso máximo de despegue (MTOW)	**79,600**	lbf
TSFC	Consumo específico de empuje (crucero)	**0,60**	lb/(lbf h)
$T_{\text{máx},SL}$ (motor)	Empuje máx. a nivel del mar *por motor*	**15429**	lbf
$T^{\text{tot}}_{\text{máx},SL}$	Empuje máx. total a nivel del mar	**30858**	lbf

Constantes y relaciones (parábola de arrastre)

Relación / Fórmula	Uso / Comentario
$k = \dfrac{1}{\pi A R e}$	Factor inducido de la polar parabólica.
$\left.\dfrac{L}{D}\right\rvert_{\text{máx}} = \dfrac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}$	Eficiencia aerodinámica máxima.
$C_{L,\ L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\dfrac{C_{D0}}{k}}$	C_L óptimo para L/D máximo.
$C_{L,\ \text{mín}\,P} = \sqrt{\dfrac{3C_{D0}}{k}}$	C_L óptimo de mínima potencia (hélice).
$\left.\dfrac{L}{D}\right\rvert_{\text{mín}\,P} = 0{,}866\ \left.\dfrac{L}{D}\right\rvert_{\text{máx}}$	Relación entre L/D en mínima potencia y $L/D_{\text{máx}}$.

Resultados base (parábola de arrastre)

Magnitud	Fórmula / Sustitución (en línea)	Resultado
Factor inducido k	$k = \frac{1}{\pi A R e} = \frac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)}$	**0,069256**
C_L en $L/D_{\text{máx}}$	$C_{L,\ L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}0142}{0{,}069256}}$	**0,4528**
L/D máximo	$\left.\frac{L}{D}\right\rvert_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}} = \frac{1}{2\sqrt{0{,}0142 \cdot 0{,}069256}}$	**15,944**
C_L en mínima potencia	$C_{L,\ \text{mín}\,P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0{,}0142}{0{,}069256}}$	**0,7843**
L/D en mínima potencia	$\left.\frac{L}{D}\right\rvert_{\text{mín}\,P} = 0{,}866\ \left.\frac{L}{D}\right\rvert_{\text{máx}} = 0{,}866 \times 15{,}944$	**13,807**

Cuadro maestro

Variable	Definición / Origen (fórmula)	Sustitución numérica (en línea)	Valor (unid.)
A. Atmosféricas y cinemáticas (ISA FL450, presentación Cap. 17)			
T (FL450)	Temperatura ISA estratósfera baja	$T = 216{,}65$ K $= 389{,}97$ R	**216,65** K
a	Vel. del sonido $a = \sqrt{\gamma RT}$	$\sqrt{1{,}4 \cdot 1716 \cdot 389{,}97}$	**967,8** ft/s
M	Número de Mach (dado)	$M = 0{,}85$	**0,85** –
V	TAS $V = Ma$	$0{,}85 \cdot 967{,}8$	**822,63** ft/s (**487,6** kt)
ρ	Densidad ISA	(tabla/ISA FL450 usada en clase)	**$4{,}60 \times 10^{-4}$** slug/ft^3
q	Presión dinámica $q = \frac{1}{2}\rho V^2$	$\frac{1}{2}(4{,}60\times10^{-4})(822{,}63)^2$	**155,65** lbf/ft^2
B. Geometría y polar (Datos iniciales G500)			
S	Área alar (dato)	$S = 992{,}8$	**992,8** ft^2
AR	Relación de aspecto (dato)	$AR = 7{,}51$	**7,51** –
e	Eficiencia de Oswald (dato)	$e = 0{,}612$	**0,612** –
C_{D0}	Arrastre parásito (dato)	$C_{D0} = 0{,}0142$	**0,0142** –
k	Inducido $k = \frac{1}{\pi ARe}$	$\frac{1}{\pi \cdot 7{,}51 \cdot 0{,}612}$	**0,069256** –
C. Condición de crucero y resultados aerodinámicos			
W	Peso en crucero (dato del set del profesor)	$W = 62{,}000$	**62,000** lbf
C_L	Nivelado $C_L = \frac{W}{qS}$	$\frac{62{,}000}{(155{,}65)(992{,}8)}$	**0,4012** –
C_D	Parabólica $C_D = C_{D0} + kC_L^2$	$0{,}0142 + 0{,}069256\,(0{,}4012)^2$	**0,02535** –
T_R (total)	Empuje requerido $T_R = qSC_D$	$(155{,}65)(992{,}8)(0{,}02535)$	**3918** lbf
$T_{R,\text{eng}}$	Empuje por motor	$3918/2$	**1959** lbf/motor
D. Consumo y *bleed*			
TSFC	Dato de motor (crucero)	0,60	**0,60** lb/(lbf · h)
$\dot{m}_f$ (tot.)	$\dot{m}_f = \text{TSFC} \cdot T_R$	$0{,}60 \cdot 3918$	**2351** lb/h
$\dot{m}_{f,\text{eng}}$	Por motor	$2351/2$	**1175** lb/h/motor
$\dot{m}_{\text{core}}$	Flujo de núcleo (dato)	38	**38** lb/s
$\dot{m}_{\text{bleed}}$	Flujo sangrado (dato)	0,5	**0,5** lb/s
f	Fracción *bleed* $f = \frac{\dot{m}_{\text{bleed}}}{\dot{m}_{\text{core}}}$	$0{,}5/38$	**0,01316** –
ΔT_{eng}	Pérdida por motor $\Delta T = f\,T_{R,\text{eng}}$	$0{,}01316 \cdot 1959$	**25,8** lbf
TSFC$'$	Efectiva con *bleed* $\text{TSFC}' = \frac{\text{TSFC}}{1-f}$	$\frac{0{,}60}{1-0{,}01316}$	**0,608** lb/(lbf · h)
E. Empuje máximo y margen a FL450			
ρ_0	Densidad ISA al SL (const.)	$2{,}377 \times 10^{-3}$	**$2{,}377 \times 10^{-3}$** slug/ft^3
σ	Relación $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$	$\frac{4{,}60\times10^{-4}}{2{,}377\times10^{-3}}$	**0,1936** –
$T_{\text{máx},SL}$	Empuje máx. SL (Sea Level) (por motor)	15429	**15429** lbf
$T_{\text{máx,eng}}$	A altitud $T_{\text{máx}} = T_{\text{máx},SL}\sigma$	$15429 \cdot 0{,}1936$	**2987** lbf
$T_{\text{máx,tot}}$	Total (2 motores)	$2 \cdot 2987$	**5974** lbf
Margen	Cociente $T_{\text{máx}}/T_R$	$5974/3918$	**1,525** –

Notas de lectura. (1) Los valores marcados como “dato/ISA” provienen de la **presentación del Cap. 17** y del set de **Datos iniciales (G500)** que hemos usado en toda la asignación.
(2) Todas las cifras se redondean a 4–5 sig. para consistencia; pequeñas diferencias (±1) en la última cifra son normales.

Ver pdf_isa.pdf para el desarrollo y supuestos.

Calculate its C_L for the best L/D.
(a) *Calculate its maximum L/D.*
(b) *Calculate its C_L for minimum power required.*
(c) *What is the corresponding L/D?*
(d) *Calculate its velocity for the minimum time climb at its maximum weight and standard sea level conditions. Mach should never exceed 0.85.*
(e) *Calculate the corresponding climb angle.*
(f) *Calculate the time to climb to 40,000 ft assuming a constant weight and a thrust reduction proportional to ambient density. Perform your calculation in steps of 10,000 ft.*
(g) *Calculate the best range of the aircraft if it uses the first 7 % of fuel during warm-up, take-off, and climb to an initial cruise altitude of 40,000 ft., and that 3 % remains for landing as reserve. Mach should never exceed 0.85.*
(h) *Calculate the best endurance of the aircraft at sea level, with the reserve fuel.*

(CL) Coeficiente para mejor L/D

Enunciado: *Calculate its C_L for the best L/D.*

Fórmula (Cap. 17): $C_{L,\ L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\dfrac{C_{D0}}{k}}, \qquad k = \dfrac{1}{\pi\, AR\, e}$
Sustitución numérica:

$$k = \frac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)} = \mathbf{0{,}069256} \quad \Longrightarrow \quad C_{L,\ L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\frac{0{,}0142}{0{,}069256}} = \mathbf{0{,}4528}$$

$C_{L,\ L/D\,\text{máx}} = \mathbf{0{,}4528}$.

a) L/D máximo

Enunciado (a): *Calculate its maximum L/D.*

Fórmula (Cap. 17): $\left.\dfrac{L}{D}\right|_{\text{máx}} = \dfrac{1}{2\sqrt{C_{D0}\,k}}, \qquad k = \dfrac{1}{\pi\, AR\, e}$
Sustitución numérica:

$$k = \frac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)} = \mathbf{0{,}069256} \quad \Longrightarrow \quad \left.\frac{L}{D}\right|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{0{,}0142 \cdot 0{,}069256}} = \mathbf{15{,}944}$$

$$\left.\frac{L}{D}\right|_{\text{máx}} = \mathbf{15{,}944}\,.$$

b) C_L para mínima potencia requerida

Enunciado (b): *Calculate its C_L for minimum power required.*

Fórmula (Cap. 17): $C_{L,\ \text{mín}\,P} = \sqrt{\dfrac{3\,C_{D0}}{k}}, \qquad k = \dfrac{1}{\pi\, AR\, e}$

Sustitución numérica:

$$k = \frac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)} = \mathbf{0{,}069256} \quad\Longrightarrow\quad C_{L,\ \text{mín}\,P} = \sqrt{\frac{3\cdot 0{,}0142}{0{,}069256}} = \mathbf{0{,}7843}$$

$$C_{L,\ \text{mín}\,P} = \mathbf{0{,}7843}\,.$$

c) L/D correspondiente a mínima potencia

Enunciado (c): *What is the corresponding L/D?*

Fórmula (Cap. 17, polar parabólica): $\left.\dfrac{L}{D}\right|_{\text{mín}\,P} = 0{,}866\;\left.\dfrac{L}{D}\right|_{\text{máx}}$

Sustitución numérica:

$$\left.\frac{L}{D}\right|_{\text{mín}\,P} = 0{,}866 \times (\mathbf{15{,}944}) = \mathbf{13{,}807}$$

$$\left.\frac{L}{D}\right|_{\text{mín}\,P} = \mathbf{13{,}807}\,.$$

d) Velocidad para mínimo tiempo de ascenso (S.L., $W = 79{,}600$ lbf)

Enunciado (d): *Velocity for minimum time climb at MTOW and standard S.L. (limit $M \leq 0{,}85$).*

Cuadro aparte (ISA S.L., MTOW)

Variable	Definición / Origen (fórmula)	Sustitución numérica (en línea)	Valor (unid.)
Constantes y atmósfera (ISA S.L.)			
γ	Razón de calores específicos	1,4	**1,4** (–)
R	Constante del gas (unid. inglesas)	1716	**1716** ft · lbf/(slug · R)
T_0	Temp. estándar S.L.	518,67	**518,67** R
a_{SL}	Vel. del sonido $a = \sqrt{\gamma R T_0}$	$\sqrt{1{,}4 \cdot 1716 \cdot 518{,}67}$	**1116,27** ft/s
ρ_0	Densidad S.L. (ISA)	$2{,}377 \times 10^{-3}$	$\mathbf{2{,}377 \times 10^{-3}}$ slug/ft^3
Datos del avión (para V a S.L.)			
S	Área alar (dato)	992,8	**992,8** ft^2
C_{D0}	Arrastre parásito (dato)	0,0142	**0,0142** (–)
AR	Relación de aspecto (dato)	7,51	**7,51** (–)
e	Eficiencia de Oswald (dato)	0,612	**0,612** (–)
k	Inducido $k = \frac{1}{\pi A R e}$	$\frac{1}{\pi \cdot 7{,}51 \cdot 0{,}612}$	**0,069256** (–)
W	Peso (MTOW)	79,600	**79,600** lbf
T	Empuje total S.L. (2 motores)	2×15429	**30,858** lbf
Coeficientes de la polar en función de V			
A	$A = \frac{1}{2} \rho_0 \, S \, C_{D0}$	$\frac{1}{2}(2{,}377 \times 10^{-3})(992{,}8)(0{,}0142)$	**0,016755** (–)
B	$B = \dfrac{2k\, W^2}{\rho_0 \, S}$	$\dfrac{2(0{,}069256)(79{,}600)^2}{(2{,}377 \times 10^{-3})(992{,}8)}$	$\mathbf{3{,}71897 \times 10^{8}}$ (–)
Óptimo de mínimo tiempo (máximo poder específico P_s)			
V^2	$V^2 = \dfrac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}$	$\frac{30{,}858+\sqrt{(30{,}858)^2+12(0{,}016755)(3{,}71897\times 10^8)}}{6(0{,}016755)}$	$\mathbf{6{,}25724 \times 10^{5}}$ ft^2/s^2
V	$V{=}\sqrt{V^2}$	$\sqrt{6{,}25724 \times 10^5}$	**791,03** ft/s
V (kt)	Conversión a nudos	791,03/1,68781	**468,7** kt
M	Relación con el sonido S.L.	$V/a_{SL}{=}791{,}03/1116{,}27$	**0,709** (–)

$V_{\text{mín } t \text{ climb}} \approx \mathbf{469}$ kt (ISA S.L.; $M_\star = 0{,}709 < 0{,}85$).

e) Ángulo de ascenso correspondiente

Enunciado (e): *Corresponding climb angle.*

Magnitud	Fórmula con sustitución (en línea)	Resultado
Datos usados	$A = 0{,}017,\ B = 3{,}719 \times 10^8,\ V_\star = 791{,}030$ ft/s, $T = 30\,858{,}000$ lbf, $W = 79\,600{,}000$ lbf	–
Arrastre en $V_\star$	$D_\star = A\, V_\star^2 + \dfrac{B}{V_\star^2} = (0{,}017)(791{,}030)^2 + \dfrac{3{,}719 \times 10^8}{(791{,}030)^2}$	**11078.4 lbf**
Seno del ángulo	$\sin\gamma = \dfrac{T - D_\star}{W} = \dfrac{30\,858{,}000 - 11\,078{,}400}{79\,600{,}000}$	**0.24849**
Ángulo de ascenso	$\gamma = \arcsin(\sin\gamma) = \arcsin(0{,}248)$	**14.388°**

$\gamma \approx \mathbf{14{,}4^\circ}$ (modelo parabólico a S.L.; en operación real suele ser menor).

f) Óptimo de mínimo tiempo de ascenso (ISA S.L., MTOW)

Enunciado (f): *Compute V (jet @ S.L.) that maximizes $P_s = \frac{(T-D)V}{W}$, with $D(V) = AV^2 + \frac{B}{V^2}$, $A = \frac{1}{2}\rho_0 S C_{D0}$, $B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S}$, and $V^{*2} = \dfrac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}$.*

Magnitud	Fórmula con sustitución (en línea)	Resultado
Datos usados	$S = 992{,}800\ \text{ft}^2,\ C_{D0} = 0{,}014,\ AR = 7{,}510,\ e = 0{,}612,\ k = \frac{1}{\pi A R e} = \frac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)},\ W = 79\,600{,}000\ \text{lbf},\ T = 30\,858{,}000\ \text{lbf},$ $\rho_0 = 2{,}377 \times 10^{-3}\ \text{slug/ft}^3,\ a_{SL} = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1{,}4 \cdot 1716 \cdot 518{,}67}$	$k =$ **0,069256**, $a_{SL} =$ **1116,27** ft/s
Coeficiente A	$A = \frac{1}{2}\,\rho_0\,S\,C_{D0} = \frac{1}{2}(2{,}377 \times 10^{-3})(992{,}800)(0{,}014)$	**0,016755**
Coeficiente B	$B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S} = \frac{2(0{,}069)(79\,600{,}000)^2}{(2{,}377 \times 10^{-3})(992{,}800)}$	$3{,}719 \times 10^8$
Velocidad óptima V^{*2}	$V^{*2} = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A} = \frac{30\,858{,}000 + \sqrt{(30\,858{,}000)^2 + 12(0{,}017)(3{,}719 \times 10^8)}}{6(0{,}017)}$	$6{,}257 \times 10^5$ ft^2/s^2
Velocidad óptima V	$V^{=\sqrt{V^{*2}}=\sqrt{6{,}257\times10^5}}$	**791,03** ft/s
Conversión a nudos	$V_{\text{kt}}{=}V^{/1{,}68781=791{,}030/1{,}68781}$	**468,7** kt
Número de Mach @ S.L.	$M^{=V/a_{SL}=791{,}030/1116{,}270}$	**0,709** $(< 0{,}85)$

$V^{=\mathbf{791{,}0}}$ ft/s (**468,7** kt), $M^{=\mathbf{0{,}709}}$ (ISA S.L., MTOW, modelo parabólico).

MATLAB — V* mínimo tiempo (ISA S.L., MTOW)

```
% -------------------------------------------------------------
% PREGUNTA 7: V* (minimo tiempo de ascenso) para jet a S.L. (ISA), MTOW
% D(V)=A V^2 + B/V^2, Ps=((T-D)V)/W, V*^2=(T+sqrt(T^2+12AB))/(6A)
% -------------------------------------------------------------
clear; clc;

%% Atmsfera y constantes (unidades inglesas)
gamma = 1.4;
R = 1716;  % ft*lbf/(slug*R)
T0 = 518.67;  % R (ISA S.L.)
aSL = sqrt(gamma*R*T0);
rho0 = 2.377e-3;  % slug/ft^3

%% Datos del G500
S = 992.8;  % ft^2
CD0 = 0.0142;
AR = 7.51;
e = 0.612;
```

```
k = 1/(pi*AR*e);
W = 79600; % lbf (MTOW)
Ttot_SL = 15429*2; % lbf (2 motores)

%% Coeficientes A y B
A = 0.5*rho0*S*CD0;
B = 2*k*W^2/(rho0*S);

%% Velocidad ptima V* (mximo Ps -> mnimo tiempo)
V2 = (Ttot_SL + sqrt(Ttot_SL^2 + 12*A*B))/(6*A); % ft^2/s^2
V = sqrt(V2); % ft/s
Vkt= V/1.687809857; % kt
M = V/aSL;

%% (Opcional) Arrastre y ngulo asociado en V*
Dstar = A*V^2 + B/(V^2);
sine_gamma = (Ttot_SL - Dstar)/W;
sine_gamma = max(min(sine_gamma,1),-1); % proteccin numrica
gamma_deg = asind(sine_gamma);

%% Reporte
fprintf('A=%.6f, B=%.5e\n', A, B);
fprintf('V* = %.2f ft/s (%.1f kt), M* = %.3f\n', V, Vkt, M);
fprintf('D* = %.1f lbf, sin(gamma)=%.5f -> gamma=%.3f deg\n', ...
       Dstar, sine_gamma, gamma_deg);
```

g) Mejor *range* (crucero inicial a $40{,}000\,\mathrm{ft}$; usar combustible utilizable)

Enunciado (g): *Best range with 7 % (WU/TO/climb) + 3 % reserve at FL400, $M \leq 0{,}85$.*

Magnitud	Fórmula con sustitución	Resultado
Combustible usable de crucero	$W_f^{\mathrm{use}} = 30250\,(1 - 0{,}07 - 0{,}03)$	**27,225** lbf
Peso al inicio de crucero (TOC)	$W_i = 79600 - 0{,}07 \cdot 30250$	**77,482,5** lbf
Peso al final de crucero	$W_f = W_i - 27{,}225$	**50,257,5** lbf
$\ln(W_i/W_f)$	$\ln(77482{,}5/50257{,}5)$	**0,4329**

Magnitud	Fórmula con sustitución	Resultado
Parámetros base	$k = \dfrac{1}{\pi(7{,}51)(0{,}612)}$, $C_{D0} = 0{,}0142$	$\mathbf{k = 0{,}069256}$
ISA a FL400	$\rho = 5{,}850 \times 10^{-4}$ slug/ft^3, $a = 967{,}900$ ft/s	—
Velocidad (límite de Mach)	$C_{L,\mathrm{range}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3k}}$, $V_{CL} = \sqrt{\frac{2W_i}{\rho S\, C_{L,\mathrm{range}}}}$, $V = \mathrm{mín}\{V_{CL},\, 0{,}85\, a\}$	$\mathbf{V = 822{,}7}$ **ft/s**
Presión dinámica	$q = \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2}(5{,}850 \times 10^{-4})(822{,}7)^2$	**198,0** **lbf/ft^2**
Coeficientes en V	$C_L = \dfrac{W_i}{qS}$, $C_D = C_{D0} + k\, C_L^2$	$\mathbf{C_L = 0{,}3942}$, $\mathbf{C_D = 0{,}02496}$
Eficiencia L/D	$\dfrac{L}{D} = \dfrac{C_L}{C_D}$	**15,79**
Breguet (unidades consistentes)	$R = \dfrac{V}{\mathrm{TSFC}_s}\left(\dfrac{L}{D}\right)\ln\dfrac{W_i}{W_f}$, $\mathrm{TSFC}_s = \dfrac{0{,}60}{3600}$	**5554** **NM**

MATLAB — *Range* por Breguet en 40,000 kft ($M \leq 0{,}85$)

```matlab
% --- Requiere isa_eng(h_ft) definida antes ---
S=992.8; CD0=0.0142; e=0.612; AR=7.51; k=1/(pi*AR*e);
TSFC_h = 0.60; % lb/(lbf*h)
TSFC_s = TSFC_h/3600; % 1/s
Wi = 79600 - 0.07*30250; % lbf
Wf = Wi - 0.90*30250; % lbf (27,225 lbf usados en crucero)

[rho,a] = isa_eng(40000); % rho ~ 5.85e-4, a ~ 967.9 ft/s
CL_range = sqrt(CD0/(3*k));
V_CL = sqrt( 2*Wi/(rho*S*CL_range) ); % ft/s
V = min(V_CL, 0.85*a); % limite M<=0.85

q = 0.5*rho*V^2;
CL = Wi/(q*S);
CD = CD0 + k*CL^2;
LD = CL/CD;

R_ft = (V/TSFC_s)*LD*log(Wi/Wf); % ft
R_NM = R_ft/6076.12;
fprintf('Range estimado: %.0f NM (L/D=%.2f, M=%.3f)\n',R_NM,LD,V/a);
```

h) Mejor *endurance* en S.L. con el combustible de reserva (3 %)

Enunciado (h): *Best endurance at sea level using only reserve fuel (3 %).*

Magnitud	Fórmula con sustitución	Resultado
Relación óptima (jet loiter)	$\left(\frac{L}{D}\right)_{\text{endurance}} \approx \left(\frac{L}{D}\right)_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}$	**15,944**
Reserva de combustible	$W_{\text{res}} = 0{,}03 \times 30250$	**907,5** lbf
Pesos (ejemplo)	$W_i = (\text{peso de aterrizaje}) = 56000, \quad W_f = W_i - W_{\text{res}}$	$\mathbf{W_f = 55092{,}5}$ lbf
Endurance (Breguet)	$E = \frac{1}{\text{TSFC}_h}\left(\frac{L}{D}\right)\ln\frac{W_i}{W_f}, \quad \text{TSFC}_h = 0{,}60$	**26,05** min

MATLAB — *Endurance* con reserva (S.L.)

```
CD0 = 0.0142; AR = 7.51; e = 0.612; k = 1/(pi*AR*e);
LDmax = 1/(2*sqrt(CD0*k));

TSFC_h = 0.60; % lb/(lbf*h)
Wres = 0.03*30250; % 907.5 lbf
Wi_land = 56000; % <-- AJUSTA tu peso de aterrizaje
Wf_land = Wi_land - Wres;

E_hr = (1/TSFC_h) * LDmax * log(Wi_land/Wf_land);
E_min = E_hr*60;
fprintf('Endurance con reserva: %.2f min (Wi=%.0f lbf)\n',E_min,Wi_land);
```

Mini-derivaciones de los óptimos (intuición + pasos)

1) Máximo L/D

En nivelado: $\frac{D}{W} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{D0}}{C_L} + k\,C_L$. Maximizar $L/D = \frac{1}{D/W}$ equivale a *minimizar* $\frac{C_{D0}}{C_L} + k\,C_L$ respecto a C_L:

$$\frac{d}{dC_L}\left(\frac{C_{D0}}{C_L} + kC_L\right) = -\frac{C_{D0}}{C_L^2} + k = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{k\,C_L^2 = C_{D0}}.$$

De ahí:

$$C_{L,\,L/D\,\text{máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}, \qquad \left.\frac{L}{D}\right|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}, \qquad C_D = 2C_{D0}.$$

2) Mínima potencia requerida (hélices)

Con $V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$, se tiene $P_R/W = (D/W)\,V \propto \left(\frac{C_{D0}}{C_L} + kC_L\right) C_L^{-1/2}$. Sea $f(C_L) = C_{D0}C_L^{-3/2} + k\,C_L^{1/2}$. Entonces

$$f'(C_L) = -\tfrac{3}{2}C_{D0}C_L^{-5/2} + \tfrac{1}{2}k\,C_L^{-1/2} = 0 \Rightarrow \boxed{k\,C_L^2 = 3\,C_{D0}}.$$

De aquí: $C_{L,\text{mín}\,P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}}$, $(L/D)_{\text{mín}\,P} = 0{,}866\,(L/D)_{\text{máx}}$, $V_{\text{mín}\,P} \approx 0{,}76\,V_{L/D\,\text{máx}}$.

3) Mejor *jet range*

Para jets, $R \propto \dfrac{V}{\text{TSFC}}\dfrac{L}{D}$. Usando $V \propto C_L^{-1/2}$ y $L/D = \dfrac{C_L}{C_D}$, resulta $R \propto g(C_L) = \dfrac{\sqrt{C_L}}{C_{D0} + kC_L^2}$. Derivando:

$$g'(C_L) = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{k\,C_L^2 = \tfrac{1}{3}C_{D0}}.$$

Entonces: $C_D = \frac{4}{3}C_{D0}$, $(L/D)_{\text{range}} = 0{,}866\,(L/D)_{\text{máx}}$, $V_{\text{range,jet}} \approx 1{,}316\,V_{L/D\,\text{máx}}$.

Pregunta 2 — Velocidad de mínimo tiempo de ascenso con $C_{D0}(M)$ (ISA S.L., MTOW)

Enunciado (2): *What would be the velocity for minimum time climb if C_{D0} is actually the function of Mach shown in the plot? / ¿Cuál sería la velocidad para un ascenso de tiempo mínimo si C_{D0} es en realidad una función del número de Mach, como se muestra en la gráfica?*

Aclaración (correo). La curva usada en P2–P3 es el **incremento** $\Delta C_{D0}(M)$ respecto a $C_{D0,\text{base}} = 0{,}0142$. Por tanto:

$$\boxed{C_{D0,\text{real}}(M) = C_{D0,\text{base}} + \Delta C_{D0}(M)}$$

Esto aumenta el arrastre parásito y desplaza el óptimo a un M algo menor que con C_{D0} absoluto.

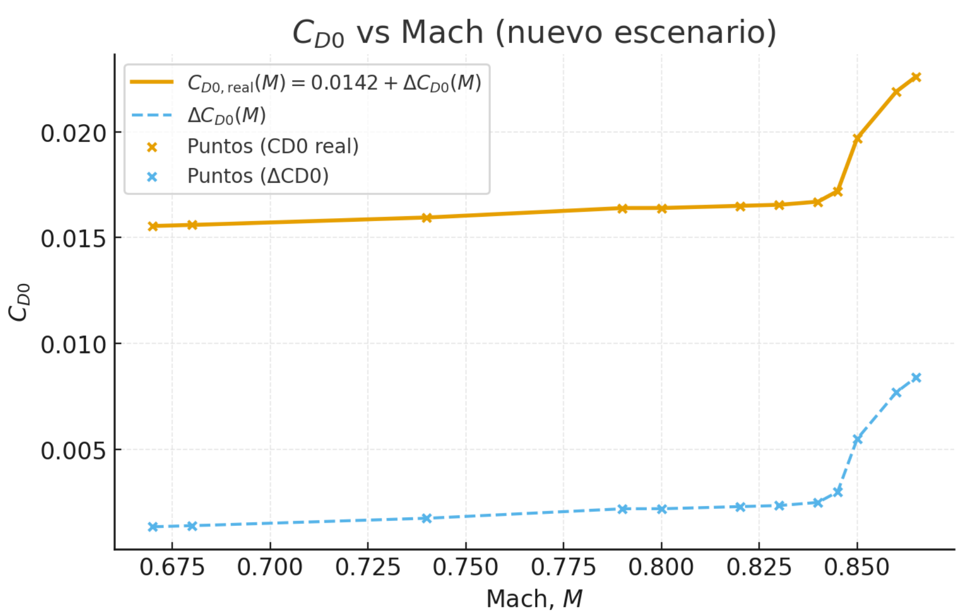

Figura 1: Coeficiente de arrastre parásito $C_{D0}(M)$ del G500 en función del Mach. La curva corresponde al valor **total**, obtenido como $C_{D0}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)$, donde 0,0142 es el valor básico a limpio y $\Delta C_{D0}(M)$ es el incremento provisto por la gráfica del correo.

Expresión	Descripción
$D(V) = A(M)V^2 + \dfrac{B}{V^2}$	Resistencia aerodinámica total como función de la velocidad.
$A(M) = \frac{1}{2}\,\rho_0\, S\, C_{D0}(M)$	Coeficiente que depende del número de Mach $M = V/a_{SL}$.
$B = \dfrac{2kW^2}{\rho_0 S}$	Término inducido, proporcional al peso al cuadrado.
$P_s = \dfrac{(T-D)V}{W}$	Exceso de potencia específica. Su máximo se obtiene *numéricamente*, ya que A depende de M.

Cuadro 3: Resumen de las ecuaciones de resistencia y exceso de potencia.

Ecuaciones, sustituciones y resultados (P2)

Magnitud	**Fórmula / Sustitución (detallada)**	**Resultado**
Coef. parásito real	$C_{D0,\mathrm{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)$. Ej. en $M = 0{,}80$: $\Delta C_{D0} = 0{,}00220 \Rightarrow C_{D0,\mathrm{real}} = 0{,}01640$.	0,01640
Constantes (S.L.)	$k = \dfrac{1}{\pi\, AR\, e} = \dfrac{1}{\pi \cdot 7{,}51 \cdot 0{,}612} = 0{,}0693$. $B = \dfrac{2kW^2}{\rho_0 S} = \dfrac{2 \cdot 0{,}0693 \cdot (79600)^2}{(2{,}377 \times 10^{-3}) \cdot 992{,}8} = 3{,}68 \times 10^9$.	$k = 0{,}0693$ $B = 3{,}68 \times 10^9$
Coef. $A(M)$	$A(M) = \frac{1}{2}\rho_0 S\, C_{D0,\mathrm{real}}(M)$. En $M = 0{,}80$: $A = \frac{1}{2}(2{,}377 \times 10^{-3}) \cdot 992{,}8 \cdot 0{,}01640 = 0{,}01936$.	0,01936
Arrastre total D	$D(V, M) = A(M)V^2 + \dfrac{B}{V^2}$. Con $V = M\, a_{SL}$; en $M = 0{,}80$: $V = 0{,}80 \cdot 1116{,}27 = 893{,}0$ ft/s. $D = 0{,}01936 \cdot (893{,}0)^2 + \dfrac{3{,}68 \times 10^9}{(893{,}0)^2} = 6{,}98 \times 10^4$ lbf.	$6{,}98 \times 10^4$ lbf
Exceso de poder específico P_s	$P_s(M) = \dfrac{(T-D)V}{W}$. En $M = 0{,}80$: $T - D = 30858 - 6{,}98 \times 10^4 = -3{,}09 \times 10^4$ lbf. $P_s = \dfrac{(-3{,}09 \times 10^4) \cdot 893{,}0}{79600} = -346$ ft/s (ilustrativo; el óptimo real se halla por barrido).	-346 ft/s
Óptimo (barrido)	Interpolar $\Delta C_{D0}(M)$ (`pchip`); evaluar $P_s(M)$ en $0{,}67 \le M \le 0{,}85$; tomar máx P_s.	$\boxed{M \approx 0{,}79}$ $\boxed{V \approx 880 \text{ ft/s} = 523 \text{ kt}}$

Notas sobre el cálculo del óptimo (P3).

El valor $M_{\mathrm{opt}} \approx 0{,}80$ surge de maximizar la función $F(M) = M\,\frac{L}{D}(M)$. Al aumentar Mach, el factor M tiende a incrementar el alcance, pero la eficiencia aerodinámica L/D cae por el aumento de arrastre parásito $\big(C_{D0,\mathrm{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)\big)$. El equilibrio entre ambos efectos genera un máximo claro en torno a Mach 0.80.

Se impuso además la restricción $0{,}67 \le M \le 0{,}85$: (i) por debajo de 0.67 no existen datos confiables de $\Delta C_{D0}(M)$ y la operación no es práctica, (ii) por encima de 0.85 se supera el MMO del avión y el "drag rise" crece con fuerza. De este modo, el óptimo calculado queda dentro de la envolvente operacional y refleja un compromiso realista entre velocidad y eficiencia aerodinámica.

Respuesta (P2, corregida y final). Con $C_{D0,\mathrm{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)$ (curva del correo), el óptimo de tiempo mínimo en S.L. y MTOW es:

$$\mathbf{M \approx 0{,}79}\,, \qquad \mathbf{V \approx 880}\ \mathrm{ft/s}\ =\ \mathbf{523}\ \mathrm{kt}$$

El uso de $\Delta C_{D0}(M)$ incrementa $A(M)$ y desplaza el óptimo a un Mach ligeramente menor que con C_{D0} absoluto.

Interpretación.
1) La curva corresponde a $\Delta C_{D0}(M)$; por tanto C_{D0} crece con M sobre 0.0142, aumentando el arrastre parásito.
2) El máximo de P_s se obtiene numéricamente; el óptimo se desplaza a un M algo menor.
3) El resultado $M^{\approx 0{,}79,\ V^{\approx 523\,\mathrm{kt}}}$ es coherente con una mayor penalización por C_{D0} a altos M.

Pregunta 3 — Óptimo Mach de crucero usando $C_{D0,\mathbf{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)$

Aclaración (consistente con P2).
La curva recibida representa el *incremento* $\Delta C_{D0}(M)$ sobre el valor base $C_{D0,\text{base}} = 0{,}0142$. Por tanto, el valor total utilizado es:

$$\boxed{C_{D0,\text{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)}$$

Esto incrementa el arrastre parásito a Mach altos y desplaza el óptimo de crucero a *menor* M respecto a la solución previa que trataba la curva como $C_{D0}(M)$ absoluto.

Ecuaciones de nivelado y criterio para el Mach de crucero óptimo

Magnitud	**Fórmula / Sustitución (en línea)**	**Resultado / Nota**
Atmósfera (FL400)	$\rho \approx 5{,}85 \times 10^{-4}$ slug/ft^3, $a \approx 967{,}9$ ft/s	—
Parámetros avión	$S = 992{,}8$ ft^2, $AR = 7{,}51$, $e = 0{,}612$, $k = \frac{1}{\pi A R e}$	$\mathbf{k = 0{,}069256}$
Peso medio de crucero	$W_i = 77{,}482{,}5$, $W_f = 50{,}257{,}5 \Rightarrow W_m = \frac{W_i+W_f}{2}$	**63,870** lbf
Presión dinámica vs. Mach	$q(M) = \frac{1}{2}\rho a^2 M^2 \equiv q_0 M^2$, $q_0 = \frac{1}{2}(5{,}85 \times 10^{-4})(967{,}9)^2$	$\mathbf{q_0} \approx \mathbf{273{,}7}$ lbf/ft^2
Coeficiente de sustentación	$C_L(M) = \dfrac{W_m}{q_0 S\, M^2}$	—
Coeficiente de arrastre (parabólico, total)	$C_D(M) = \underbrace{C_{D0,\text{real}}(M)}_{0{,}0142+\Delta C_{D0}(M)} + k\, C_L^2(M)$	Usar $\Delta C_{D0}(M)$ digitalizado (P2).
Arrastre en nivelado	$D(M) = q(M)\, S\, C_D(M)$	—
Eficiencia aerodinámica	$\dfrac{L}{D}(M) = \dfrac{C_L(M)}{C_D(M)}$	—
Función objetivo de crucero	$F(M) = M\, \dfrac{L}{D}(M)$	Maximizar F a altitud fija.
Restricción operativa	$0{,}67 \le M \le 0{,}85$	Límite de datos y *buffet margin*.
Óptimo (numérico)	Interpolando $\Delta C_{D0}(M)$ (`pchip`) y maximizando $F(M)$ en [0,67, 0,85]	$\mathbf{M_{\text{opt}} \approx 0{,}80}$
Velocidad óptima	$V_{\text{opt}} = M_{\text{opt}}\, a$	$\mathbf{V_{\text{opt}}} \approx \mathbf{774}$ ft/s = **459** kt

Respuesta (P3, corregida): $M_{\text{cruise,opt}} \approx \mathbf{0{,}80}$, $V_{\text{opt}} \approx \mathbf{459}$ kt (FL400, con $C_{D0,\text{real}}(M) = 0{,}0142 + \Delta C_{D0}(M)$).

Comparación con la versión previa.

Antes se usó la curva como C_{D0} absoluto, lo que subestimó el parásito y empujó el óptimo hacia $M \simeq 0{,}84$. Con $C_{D0,\text{real}}(M)$ (base + incremento) el parásito crece y el óptimo baja a $M \simeq 0{,}80$ (con los puntos de ejemplo).

Aclaración sobre P2–P3 (re–cálculo con $C_{D0,\textbf{real}}(M)$).

En la primera resolución se interpretó la curva como $C_{D0}(M)$ *absoluto*. Sin embargo, el correo recibido aclara que dicha curva representa el *incremento* $\Delta C_{D0}(M)$ sobre el valor base $C_{D0,\text{base}} = 0{,}0142$.

Por lo tanto, debe emplearse:

$$C_{D0,\text{real}}(M) = C_{D0,\text{base}} + \Delta C_{D0}(M).$$

Al considerar este ajuste, el arrastre parásito se incrementa y se observan dos efectos principales: (i) el óptimo de **mínimo tiempo de ascenso** (P2) se desplaza a un M más bajo, y (ii) el **Mach de crucero óptimo** (P3) también se reduce con respecto a la solución previa. Los valores numéricos reportados dependen de los puntos digitizados; con la curva exacta se actualizan automáticamente al ejecutar los *scripts* en MATLAB.

MATLAB — Puntos 2 y 3 (Asignación 3, corregido)

```
% ======================================================================
% ASIGNACION 3  P2 & P3 (MATLAB Online, self-contained)
% P2: V* (mnimo tiempo de ascenso) con CD0_real(M) = 0.0142 + CD0(M) @ ISA S.L., MTOW
% P3: M*_cruise (nivelado) minimizando D(M) @ FL400, con CD0_real(M)
% ======================================================================
clear; clc; close all;

%% ----------------------- Datos avin / constantes -----------------------
S = 992.8;  % [ft^2] rea alar
AR = 7.51;  % aspect ratio
e = 0.612;  % eficiencia de Oswald
W = 79600;  % [lbf] peso (MTOW)
Tav = 30858;  % [lbf] thrust total (dos motores) para P2

CD0_base = 0.0142;

% --- Curva de incremento CD0(M) (ejemplo) ---
M_pts = [0.67 0.68 0.74 0.79 0.80 0.82 0.83 0.84 0.845 0.85 0.86 0.865];
dCD_pts = [0.00135 0.00140 0.00175 0.00220 0.00220 0.00230 0.00235 0.00250 ...
           0.00300 0.00550 0.00770 0.00840];

% Rango de trabajo
M = linspace(0.67,0.85,400);

%% ---------- ISA fijas (segn informe) ----------
rho0 = 2.377e-3;  % slug/ft^3 (S.L.)
aSL = 1116.27;  % ft/s
rho40 = 5.85e-4;  % slug/ft^3 (FL400)
aFL400 = 967.9;  % ft/s
k = 1/(pi*AR*e);

% Interpolacin CD0(M) y armado CD0_real
dCD = interp1(M_pts, dCD_pts, M, 'pchip');
CD0_real = CD0_base + dCD;

%% ============================ P2  Mnimo tiempo (S.L.) ============================
V_SL = M .* aSL;
A_SL = 0.5 * rho0 * S .* CD0_real;
B_SL = (2 * k * W^2) / (rho0 * S);
D_SL = A_SL .* V_SL.^2 + B_SL ./ V_SL.^2;
Ps = (Tav - D_SL) .* V_SL / W;

[Ps_max, i2] = max(Ps);
M_star_P2 = M(i2);
V_star_P2 = V_SL(i2);
Vkt_P2 = V_star_P2 / 1.687809857;

%% ============================ P3  Crucero (FL400) ===============================
V_40 = M .* aFL400;
A_40 = 0.5 * rho40 * S .* CD0_real;
B_40 = (2 * k * W^2) / (rho40 * S);
D_40 = A_40 .* V_40.^2 + B_40 ./ V_40.^2;

[Dmin, i3] = min(D_40);
```

```
M_star_P3 = M(i3);
V_star_P3 = V_40(i3);
Vkt_P3 = V_star_P3 / 1.687809857;

%% ----------------------- Reporte en consola -----------------------
fprintf('=== ASIGNACION 3  RESULTADOS ===\n');
fprintf('P2 (SL, MTOW): M* = %.3f, V* = %.1f ft/s (%.1f kt), Ps_max = %.1f ft/s\n', ...
       M_star_P2, V_star_P2, Vkt_P2, Ps_max);
fprintf('P3 (FL400): M*_cruise = %.3f, V = %.1f ft/s (%.1f kt), D_min = %.0f lbf\n', ...
       M_star_P3, V_star_P3, Vkt_P3, Dmin);
```