

# Asignación III — HW CH17A (G500)

ME4932 Aircraft Performance & Design

*Antonio Pérez*

## Tabla de variables

| Símbolo    | Nombre                           | Unidades             | Inglés                 |
|------------|----------------------------------|----------------------|------------------------|
| $S$        | Área alar de referencia          | ft <sup>2</sup>      | Wing reference area    |
| $b$        | Envergadura                      | ft                   | Wingspan               |
| $AR$       | Relación de aspecto              | –                    | Aspect ratio           |
| $e$        | Eficiencia de Oswald             | –                    | Oswald efficiency      |
| $C_{D0}$   | Arrastre parásito                | –                    | Zero-lift drag         |
| $k$        | Factor inducido ( $1/\pi AR e$ ) | –                    | Induced-drag factor    |
| $W$        | Peso                             | lbf                  | Weight                 |
| $T$        | Empuje disponible                | lbf                  | Thrust                 |
| $T_R$      | Empuje requerido                 | lbf                  | Required thrust        |
| $\rho$     | Densidad del aire                | slug/ft <sup>3</sup> | Air density            |
| $a$        | Velocidad del sonido             | ft/s                 | Speed of sound         |
| $V$        | TAS                              | ft/s, kt             | True airspeed          |
| $q$        | Presión dinámica                 | lbf/ft <sup>2</sup>  | Dynamic pressure       |
| $C_L, C_D$ | Coefs. de sustentación/arrastre  | –                    | Lift/Drag coefficients |
| TSFC       | Cons. específico de empuje       | lb/(lbf · h)         | Thrust SFC             |

# Tabla de fórmulas del Módulo 17

| Fórmula                                                                    | Qué optimiza / Cómo se usa                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $k = \frac{1}{\pi A Re}, \quad C_D = C_{D0} + k C_L^2$                     | Polar parabólica (parásito + inducido). Base de todos los óptimos.                                                                                                                          |
| $q = \frac{1}{2}\rho V^2, \quad C_L = \frac{W}{qS} \text{ (nivelado)}$     | Convierte condición $(\rho, V)$ en $C_L$ .                                                                                                                                                  |
| $D = qSC_D, \quad T_R = D, \quad P_R = T_R V$                              | Arrastre, empuje requerido y potencia requerida en vuelo nivelado.                                                                                                                          |
| $\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}$                                            | Eficiencia aerodinámica.                                                                                                                                                                    |
| <b>Óptimos (vía polar parabólica):</b>                                     |                                                                                                                                                                                             |
| $k C_L^2 = C_{D0}$                                                         | $\frac{L}{D} \Big _{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}, \quad C_{L,L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}},$<br>$C_D = 2C_{D0}.$                                                    |
| $k C_L^2 = 3 C_{D0}$                                                       | Mínima potencia (hélices): $C_{L,\text{mín } P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}},$<br>$(L/D)_{\text{mín } P} = 0,866(L/D)_{\text{máx}}, \quad V_{\text{mín } P} \approx 0,76V_{L/D \text{ máx}}.$ |
| $k C_L^2 = \frac{1}{3}C_{D0}$                                              | Mejor <i>jet range</i> : $(L/D)_{\text{range}} = 0,866(L/D)_{\text{máx}},$<br>$V_{\text{range, jet}} \approx 1,316V_{L/D \text{ máx}}, \quad C_D = \frac{4}{3}C_{D0}.$                      |
| <b>Ascenso y techo:</b>                                                    |                                                                                                                                                                                             |
| $P_s = \frac{(T - D)V}{W}, \quad \text{ROC} = P_s$                         | Razón de ascenso; máximo $P_s$ da mínimo tiempo a igual $\Delta h$ .                                                                                                                        |
| $\sin \gamma = \frac{T - D}{W}$                                            | Ángulo de ascenso instantáneo.                                                                                                                                                              |
| <b>Breguet (jets):</b>                                                     |                                                                                                                                                                                             |
| $R = \frac{V}{\text{TSFC}} \left( \frac{L}{D} \right) \ln \frac{W_i}{W_f}$ | Alcance: asume $V/\text{TSFC} \cdot L/D \approx \text{cte}$ en el tramo.                                                                                                                    |
| $E = \frac{1}{\text{TSFC}} \left( \frac{L}{D} \right) \ln \frac{W_i}{W_f}$ | Autonomía (loiter): sin factor $V$ .                                                                                                                                                        |
| <b>Altitud / empuje:</b>                                                   |                                                                                                                                                                                             |
| $\sigma = \rho/\rho_0, \quad T_{\text{máx}}(h) = T_{\text{máx},SL}\sigma$  | Escala propulsiva simple con densidad ISA.                                                                                                                                                  |
| <b>Ascenso y techo (óptimos de jet a S.L.):</b>                            |                                                                                                                                                                                             |
| $P_s = \frac{(T - D)V}{W}, \quad D(V) = A V^2 + \frac{B}{V^2}$             | Poder específico y arrastre vs. velocidad.                                                                                                                                                  |

$$A = \frac{1}{2}\rho SC_{D0}, \quad B = \frac{2kW^2}{\rho S}$$

$$\boxed{V^2 = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}}, \quad V = \sqrt{V^2}$$

Límite de Mach:  $V \leq 0,85a$

Coefficientes condensados de la polar.

Velocidad que maximiza  $P_s$  (mínimo tiempo de ascenso).

Si  $V > 0,85a$ , usar  $V = 0,85a$ .

---

## Datos iniciales (G500)

| Símbolo                          | Descripción                                  | Valor         | Unidades        |
|----------------------------------|----------------------------------------------|---------------|-----------------|
| $C_{D0}$                         | Coefficiente de arrastre parásito a limpio   | <b>0,0142</b> | –               |
| $S$                              | Área alar de referencia                      | <b>992,8</b>  | ft <sup>2</sup> |
| $e$                              | Eficiencia de Oswald (parábola)              | <b>0,612</b>  | –               |
| $AR$                             | Relación de aspecto del ala                  | <b>7,51</b>   | –               |
| $W_{\text{máx}TO}$               | Peso máximo de despegue (MTOW)               | <b>79,600</b> | lbf             |
| TSFC                             | Consumo específico de empuje (crucero)       | <b>0,60</b>   | lb/(lbf h)      |
| $T_{\text{máx},SL}$ (motor)      | Empuje máx. a nivel del mar <i>por motor</i> | <b>15429</b>  | lbf             |
| $T_{\text{máx},SL}^{\text{tot}}$ | Empuje máx. total a nivel del mar            | <b>30858</b>  | lbf             |

## Constantes y relaciones (parábola de arrastre)

| Relación / Fórmula                                                                           | Uso / Comentario                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $k = \frac{1}{\pi A Re}$                                                                     | Factor inducido de la polar parabólica.                        |
| $\left. \frac{L}{D} \right _{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}$                        | Eficiencia aerodinámica máxima.                                |
| $C_{L, L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}$                                           | $C_L$ óptimo para $L/D$ máximo.                                |
| $C_{L, \text{mín } P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}}$                                            | $C_L$ óptimo de mínima potencia (hélice).                      |
| $\left. \frac{L}{D} \right _{\text{mín } P} = 0,866 \left. \frac{L}{D} \right _{\text{máx}}$ | Relación entre $L/D$ en mínima potencia y $L/D_{\text{máx}}$ . |

## Resultados base (parábola de arrastre)

| Magnitud                    | Fórmula / Sustitución (en línea)                                                                                   | Resultado       |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Factor inducido $k$         | $k = \frac{1}{\pi A Re} = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)}$                                                              | <b>0,069256</b> |
| $C_L$ en $L/D_{\text{máx}}$ | $C_{L, L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{0,0142}{0,069256}}$                                | <b>0,4528</b>   |
| $L/D$ máximo                | $\left. \frac{L}{D} \right _{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}} = \frac{1}{2\sqrt{0,0142 \cdot 0,069256}}$    | <b>15,944</b>   |
| $C_L$ en mínima potencia    | $C_{L, \text{mín } P} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,0142}{0,069256}}$                         | <b>0,7843</b>   |
| $L/D$ en mínima potencia    | $\left. \frac{L}{D} \right _{\text{mín } P} = 0,866 \left. \frac{L}{D} \right _{\text{máx}} = 0,866 \times 15,944$ | <b>13,807</b>   |

# Cuadro maestro

| Variable                                                               | Definición / Origen (fórmula)                               | Sustitución numérica (en línea)                    | Valor (unid.)                                                 |
|------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <b>A. Atmosféricas y cinemáticas (ISA FL450, presentación Cap. 17)</b> |                                                             |                                                    |                                                               |
| $T$ (FL450)                                                            | Temperatura ISA estratósfera baja                           | $T = 216,65 \text{ K} = 389,97 \text{ R}$          | <b>216,65</b> K                                               |
| $a$                                                                    | Vel. del sonido $a = \sqrt{\gamma RT}$                      | $\sqrt{1,4 \cdot 1716 \cdot 389,97}$               | <b>967,8</b> ft/s                                             |
| $M$                                                                    | Número de Mach (dato)                                       | $M = 0,85$                                         | <b>0,85</b> –                                                 |
| $V$                                                                    | TAS $V = Ma$                                                | $0,85 \cdot 967,8$                                 | <b>822,63</b> ft/s ( <b>487,6</b> kt)                         |
| $\rho$                                                                 | Densidad ISA                                                | (tabla/ISA FL450 usada en clase)                   | <b><math>4,60 \times 10^{-4}</math></b> slug/ft <sup>3</sup>  |
| $q$                                                                    | Presión dinámica $q = \frac{1}{2}\rho V^2$                  | $\frac{1}{2}(4,60 \times 10^{-4})(822,63)^2$       | <b>155,65</b> lbf/ft <sup>2</sup>                             |
| <b>B. Geometría y polar (Datos iniciales G500)</b>                     |                                                             |                                                    |                                                               |
| $S$                                                                    | Área alar (dato)                                            | $S = 992,8$                                        | <b>992,8</b> ft <sup>2</sup>                                  |
| $AR$                                                                   | Relación de aspecto (dato)                                  | $AR = 7,51$                                        | <b>7,51</b> –                                                 |
| $e$                                                                    | Eficiencia de Oswald (dato)                                 | $e = 0,612$                                        | <b>0,612</b> –                                                |
| $C_{D0}$                                                               | Arrastre parásito (dato)                                    | $C_{D0} = 0,0142$                                  | <b>0,0142</b> –                                               |
| $k$                                                                    | Inducido $k = \frac{1}{\pi AR e}$                           | $\frac{1}{\pi \cdot 7,51 \cdot 0,612}$             | <b>0,069256</b> –                                             |
| <b>C. Condición de crucero y resultados aerodinámicos</b>              |                                                             |                                                    |                                                               |
| $W$                                                                    | Peso en crucero (dato del set del profe)                    | $W = 62,000$                                       | <b>62,000</b> lbf                                             |
| $C_L$                                                                  | Nivelado $C_L = \frac{W}{qS}$                               | $\frac{62,000}{(155,65)(992,8)}$                   | <b>0,4012</b> –                                               |
| $C_D$                                                                  | Parabólica $C_D = C_{D0} + kC_L^2$                          | $0,0142 + 0,069256(0,4012)^2$                      | <b>0,02535</b> –                                              |
| $T_R$ (total)                                                          | Empuje requerido $T_R = qSC_D$                              | $(155,65)(992,8)(0,02535)$                         | <b>3918</b> lbf                                               |
| $T_{R,eng}$                                                            | Empuje por motor                                            | $3918/2$                                           | <b>1959</b> lbf/motor                                         |
| <b>D. Consumo y bleed</b>                                              |                                                             |                                                    |                                                               |
| TSFC                                                                   | Dato de motor (crucero)                                     | $0,60$                                             | <b>0,60</b> lb/(lbf · h)                                      |
| $\dot{m}_f$ (tot.)                                                     | $\dot{m}_f = \text{TSFC} \cdot T_R$                         | $0,60 \cdot 3918$                                  | <b>2351</b> lb/h                                              |
| $\dot{m}_{f,eng}$                                                      | Por motor                                                   | $2351/2$                                           | <b>1175</b> lb/h/motor                                        |
| $\dot{m}_{core}$                                                       | Flujo de núcleo (dato)                                      | $38$                                               | <b>38</b> lb/s                                                |
| $\dot{m}_{bleed}$                                                      | Flujo sangrado (dato)                                       | $0,5$                                              | <b>0,5</b> lb/s                                               |
| $f$                                                                    | Fracción bleed $f = \frac{\dot{m}_{bleed}}{\dot{m}_{core}}$ | $0,5/38$                                           | <b>0,01316</b> –                                              |
| $\Delta T_{eng}$                                                       | Pérdida por motor $\Delta T = f T_{R,eng}$                  | $0,01316 \cdot 1959$                               | <b>25,8</b> lbf                                               |
| TSFC'                                                                  | Efectiva con bleed $\text{TSFC}' = \frac{\text{TSFC}}{1-f}$ | $\frac{0,60}{1-0,01316}$                           | <b>0,608</b> lb/(lbf · h)                                     |
| <b>E. Empuje máximo y margen a FL450</b>                               |                                                             |                                                    |                                                               |
| $\rho_0$                                                               | Densidad ISA al SL (const.)                                 | $2,377 \times 10^{-3}$                             | <b><math>2,377 \times 10^{-3}</math></b> slug/ft <sup>3</sup> |
| $\sigma$                                                               | Relación $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$                     | $\frac{4,60 \times 10^{-4}}{2,377 \times 10^{-3}}$ | <b>0,1936</b> –                                               |
| $T_{\text{máx},SL}$                                                    | Empuje máx. SL (por motor)                                  | $15429$                                            | <b>15429</b> lbf                                              |
| $T_{\text{máx},eng}$                                                   | A altitud $T_{\text{máx}} = T_{\text{máx},SL}\sigma$        | $15429 \cdot 0,1936$                               | <b>2987</b> lbf                                               |
| $T_{\text{máx},tot}$                                                   | Total (2 motores)                                           | $2 \cdot 2987$                                     | <b>5974</b> lbf                                               |
| Margen                                                                 | Cociente $T_{\text{máx}}/T_R$                               | $5974/3918$                                        | <b>1,525</b> –                                                |

**Notas de lectura.** (1) Los valores marcados como “dato/ISA” provienen de la **presentación del Cap. 17** y del set de **Datos iniciales (G500)** que hemos usado en toda la asignación.

(2) Todas las cifras se redondean a 4–5 sig. para consistencia; pequeñas diferencias ( $\pm 1$ ) en la última cifra son normales.

Calculate its  $C_L$  for the best  $L/D$ .

(a) Calculate its maximum  $L/D$ .

(b) Calculate its  $C_L$  for minimum power required.

(c) What is the corresponding  $L/D$ ?

(d) Calculate its velocity for the minimum time climb at its maximum weight and standard sea level conditions. Mach should never exceed 0.85.

(e) Calculate the corresponding climb angle.

(f) Calculate the time to climb to 40,000 ft assuming a constant weight and a thrust reduction proportional to ambient density. Perform your calculation in steps of 10,000 ft.

(g) Calculate the best range of the aircraft if it uses the first 7% of fuel during warm-up, take-off, and climb to an initial cruise altitude of 40,000 ft., and that 3% remains for landing as reserve. Mach should never exceed 0.85.

(h) Calculate the best endurance of the aircraft at sea level, with the reserve fuel.

## (CL) Coeficiente para mejor $L/D$

**Enunciado:** Calculate its  $C_L$  for the best  $L/D$ .

**Fórmula (Cap. 17):**  $C_{L, L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}, \quad k = \frac{1}{\pi A R e}$

**Sustitución numérica:**

$$k = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)} = 0,069256 \implies C_{L, L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{0,0142}{0,069256}} = 0,4528$$

$$C_{L, L/D \text{ máx}} = 0,4528 .$$

### a) $L/D$ máximo

**Enunciado (a):** Calculate its maximum  $L/D$ .

**Fórmula (Cap. 17):**  $\left. \frac{L}{D} \right|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}, \quad k = \frac{1}{\pi A R e}$

**Sustitución numérica:**

$$k = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)} = 0,069256 \implies \left. \frac{L}{D} \right|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{0,0142 \cdot 0,069256}} = 15,944$$

$$\left. \frac{L}{D} \right|_{\text{máx}} = 15,944 .$$

### b) $C_L$ para mínima potencia requerida

**Enunciado (b):** Calculate its  $C_L$  for minimum power required.

**Fórmula (Cap. 17):**  $C_{L, \text{ mín } P} = \sqrt{\frac{3 C_{D0}}{k}}, \quad k = \frac{1}{\pi A R e}$

**Sustitución numérica:**

$$k = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)} = 0,069256 \Rightarrow C_{L, \text{ mín } P} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,0142}{0,069256}} = 0,7843$$

$$C_{L, \text{ mín } P} = 0,7843 .$$

### c) $L/D$ correspondiente a mínima potencia

**Enunciado (c):** What is the corresponding  $L/D$ ?

**Fórmula (Cap. 17, polar parabólica):**  $\left. \frac{L}{D} \right|_{\text{mín } P} = 0,866 \left. \frac{L}{D} \right|_{\text{máx}}$

**Sustitución numérica:**

$$\left. \frac{L}{D} \right|_{\text{mín } P} = 0,866 \times (15,944) = 13,807$$

$$\left. \frac{L}{D} \right|_{\text{mín } P} = 13,807 .$$

### d) Velocidad para mínimo tiempo de ascenso (S.L., $W = 79,600 \text{ lbf}$ )

**Enunciado (d):** Velocity for minimum time climb at MTOW and standard S.L. (limit  $M \leq 0,85$ ).

## Cuadro aparte (ISA S.L., MTOW)

| Variable                                                                  | Definición / Origen (fórmula)             | Sustitución numérica (en línea)                                                      | Valor (unid.)                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <b>Constantes y atmósfera (ISA S.L.)</b>                                  |                                           |                                                                                      |                                                                         |
| $\gamma$                                                                  | Razón de calores específicos              | 1,4                                                                                  | <b>1,4</b> (–)                                                          |
| $R$                                                                       | Constante del gas (unid. inglesas)        | 1716                                                                                 | <b>1716</b> ft · lbf/(slug · R)                                         |
| $T_0$                                                                     | Temp. estándar S.L.                       | 518,67                                                                               | <b>518,67</b> R                                                         |
| $a_{SL}$                                                                  | Vel. del sonido $a = \sqrt{\gamma R T_0}$ | $\sqrt{1,4 \cdot 1716 \cdot 518,67}$                                                 | <b>1116,27</b> ft/s                                                     |
| $\rho_0$                                                                  | Densidad S.L. (ISA)                       | $2,377 \times 10^{-3}$                                                               | <b><math>2,377 \times 10^{-3}</math></b> slug/ft <sup>3</sup>           |
| <b>Datos del avión (para <math>V</math> a S.L.)</b>                       |                                           |                                                                                      |                                                                         |
| $S$                                                                       | Área alar (dato)                          | 992,8                                                                                | <b>992,8</b> ft <sup>2</sup>                                            |
| $C_{D0}$                                                                  | Arrastre parásito (dato)                  | 0,0142                                                                               | <b>0,0142</b> (–)                                                       |
| $AR$                                                                      | Relación de aspecto (dato)                | 7,51                                                                                 | <b>7,51</b> (–)                                                         |
| $e$                                                                       | Eficiencia de Oswald (dato)               | 0,612                                                                                | <b>0,612</b> (–)                                                        |
| $k$                                                                       | Inducido $k = \frac{1}{\pi AR e}$         | $\frac{1}{\pi \cdot 7,51 \cdot 0,612}$                                               | <b>0,069256</b> (–)                                                     |
| $W$                                                                       | Peso (MTOW)                               | 79,600                                                                               | <b>79,600</b> lbf                                                       |
| $T$                                                                       | Empuje total S.L. (2 motores)             | $2 \times 15429$                                                                     | <b>30,858</b> lbf                                                       |
| <b>Coefficientes de la polar en función de <math>V</math></b>             |                                           |                                                                                      |                                                                         |
| $A$                                                                       | $A = \frac{1}{2} \rho_0 S C_{D0}$         | $\frac{1}{2} (2,377 \times 10^{-3}) (992,8) (0,0142)$                                | <b>0,016755</b> (–)                                                     |
| $B$                                                                       | $B = \frac{2k W^2}{\rho_0 S}$             | $\frac{2(0,069256)(79,600)^2}{(2,377 \times 10^{-3})(992,8)}$                        | <b><math>3,71897 \times 10^8</math></b> (–)                             |
| <b>Óptimo de mínimo tiempo (máximo poder específico <math>P_s</math>)</b> |                                           |                                                                                      |                                                                         |
| $V^2$                                                                     | $V^2 = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}$  | $\frac{30,858 + \sqrt{(30,858)^2 + 12(0,016755)(3,71897 \times 10^8)}}{6(0,016755)}$ | <b><math>6,25724 \times 10^5</math></b> ft <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> |
| $V$                                                                       | $V = \sqrt{V^2}$                          | $\sqrt{6,25724 \times 10^5}$                                                         | <b>791,03</b> ft/s                                                      |
| $V$ (kt)                                                                  | Conversión a nudos                        | 791,03/1,68781                                                                       | <b>468,7</b> kt                                                         |
| $M$                                                                       | Relación con el sonido S.L.               | $V/a_{SL} = 791,03/1116,27$                                                          | <b>0,709</b> (–)                                                        |

$$V_{\min t \text{ climb}} \approx 469 \text{ kt (ISA S.L.; } M_{\star} = 0,709 < 0,85).$$

## e) Ángulo de ascenso correspondiente

**Enunciado (e):** *Corresponding climb angle.*

| Magnitud                | Fórmula con sustitución (en línea)                                                                                             | Resultado          |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Datos usados            | $A = 0,017, B = 3,719 \times 10^8, V_{\star} = 791,030 \text{ ft/s}, T = 30\,858,000 \text{ lbf}, W = 79\,600,000 \text{ lbf}$ | –                  |
| Arrastre en $V_{\star}$ | $D_{\star} = A V_{\star}^2 + \frac{B}{V_{\star}^2} = (0,017)(791,030)^2 + \frac{3,719 \times 10^8}{(791,030)^2}$               | <b>11078.4</b> lbf |
| Seno del ángulo         | $\sin \gamma = \frac{T - D_{\star}}{W} = \frac{30\,858,000 - 11\,078,400}{79\,600,000}$                                        | <b>0.24849</b>     |
| Ángulo de ascenso       | $\gamma = \arcsin(\sin \gamma) = \arcsin(0,248)$                                                                               | <b>14.388°</b>     |

$$\gamma \approx 14,4^{\circ} \quad (\text{modelo parabólico a S.L.; en operación real suele ser menor}).$$

## f) Óptimo de mínimo tiempo de ascenso (ISA S.L., MTOW)

**Enunciado (f):** Compute  $V$  (jet @ S.L.) that maximizes  $P_s = \frac{(T-D)V}{W}$ , with  $D(V) = AV^2 + \frac{B}{V^2}$ ,  $A = \frac{1}{2}\rho_0 SC_{D0}$ ,  $B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S}$ , and  $V^{*2} = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}$ .

| Magnitud                  | Fórmula con sustitución (en línea)                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Resultado                                        |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| Datos usados              | $S = 992,800 \text{ ft}^2$ , $C_{D0} = 0,014$ , $AR = 7,510$ , $e = 0,612$ , $k = \frac{1}{\pi AR e} = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)}$ , $W = 79\,600,000 \text{ lbf}$ , $T = 30\,858,000 \text{ lbf}$ ,<br>$\rho_0 = 2,377 \times 10^{-3} \text{ slug/ft}^3$ , $a_{SL} = \sqrt{\gamma RT_0} = \sqrt{1,4 \cdot 1716 \cdot 518,67}$ | $k = 0,069256$ , $a_{SL} = 1116,27 \text{ ft/s}$ |
| Coefficiente $A$          | $A = \frac{1}{2}\rho_0 SC_{D0} = \frac{1}{2}(2,377 \times 10^{-3})(992,800)(0,014)$                                                                                                                                                                                                                                            | 0,016755                                         |
| Coefficiente $B$          | $B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S} = \frac{2(0,069)(79\,600,000)^2}{(2,377 \times 10^{-3})(992,800)}$                                                                                                                                                                                                                                 | $3,719 \times 10^8$                              |
| Velocidad óptima $V^{*2}$ | $V^{*2} = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A} = \frac{30\,858,000 + \sqrt{(30\,858,000)^2 + 12(0,017)(3,719 \times 10^8)}}{6(0,017)}$                                                                                                                                                                                             | $6,257 \times 10^5 \text{ ft}^2/\text{s}^2$      |
| Velocidad óptima $V$      | $V = \sqrt{V^{*2}} = \sqrt{6,257 \times 10^5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 791,03 ft/s                                      |
| Conversión a nudos        | $V_{kt} = V/1,68781 = 791,030/1,68781$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 468,7 kt                                         |
| Número de Mach @ S.L.     | $M = V/a_{SL} = 791,030/1116,270$                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,709 (< 0,85)                                   |

$V=791,0 \text{ ft/s}$  (468,7 kt),  $M=0,709$  (ISA S.L., MTOW, modelo parabólico).

## MATLAB — V\* mínimo tiempo (ISA S.L., MTOW)

```
% -----
% PREGUNTA 7: V* (minimo tiempo de ascenso) para jet a S.L. (ISA), MTOW
% D(V)=A V^2 + B/V^2, Ps=((T-D)V)/W, V*^2=(T+sqrt(T^2+12AB))/(6A)
% -----
clear; clc;

%% Atmosfera y constantes (unidades inglesas)
gamma = 1.4;
R = 1716; % ft*lb/(slug*R)
T0 = 518.67; % R (ISA S.L.)
aSL = sqrt(gamma*R*T0);
rho0 = 2.377e-3; % slug/ft^3

%% Datos del G500
S = 992.8; % ft^2
CD0 = 0.0142;
AR = 7.51;
e = 0.612;
```

```

k = 1/(pi*AR*e);
W = 79600; % lbf (MTOW)
Ttot_SL = 15429*2; % lbf (2 motores)

%% Coeficientes A y B
A = 0.5*rho0*S*CD0;
B = 2*k*W^2/(rho0*S);

%% Velocidad ptima V* (maximo Ps -> mnimo tiempo)
V2 = (Ttot_SL + sqrt(Ttot_SL^2 + 12*A*B))/(6*A); % ft^2/s^2
V = sqrt(V2); % ft/s
Vkt= V/1.687809857; % kt
M = V/aSL;

%% (Opcional) Arrastre y ngulo asociado en V*
Dstar = A*V^2 + B/(V^2);
sine_gamma = (Ttot_SL - Dstar)/W;
sine_gamma = max(min(sine_gamma,1),-1); % proteccion numrica
gamma_deg = asind(sine_gamma);

%% Reporte
fprintf('A= %.6f, B= %.5e\n', A, B);
fprintf('V* = %.2f ft/s (%.1f kt), M* = %.3f\n', V, Vkt, M);
fprintf('D* = %.1f lbf, sin(gamma)=%.5f -> gamma= %.3f deg\n', ...
        Dstar, sine_gamma, gamma_deg);

```

g) Mejor *range* (crucero inicial a 40,000 ft; usar combustible utilizable)

**Enunciado (g):** *Best range with 7% (WU/TO/climb) + 3% reserve at FL400,  $M \leq 0,85$ .*

| Magnitud                        | Fórmula con sustitución                      | Resultado           |
|---------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|
| Combustible usable de crucero   | $W_f^{\text{use}} = 30250 (1 - 0,07 - 0,03)$ | <b>27,225 lbf</b>   |
| Peso al inicio de crucero (TOC) | $W_i = 79600 - 0,07 \cdot 30250$             | <b>77,482,5 lbf</b> |
| Peso al final de crucero        | $W_f = W_i - 27,225$                         | <b>50,257,5 lbf</b> |
| $\ln(W_i/W_f)$                  | $\ln(77482,5/50257,5)$                       | <b>0,4329</b>       |

| Magnitud                        | Fórmula con sustitución                                                                                                                        | Resultado                                               |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Parámetros base                 | $k = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)}, \quad C_{D0} = 0,0142$                                                                                        | <b>k = 0,069256</b>                                     |
| ISA a FL400                     | $\rho = 5,850 \times 10^{-4} \text{ slug/ft}^3, \quad a = 967,900 \text{ ft/s}$                                                                | —                                                       |
| Velocidad (límite de Mach)      | $C_{L,\text{range}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3k}}, \quad V_{CL} = \sqrt{\frac{2W_i}{\rho S C_{L,\text{range}}}}, \quad V = \min\{V_{CL}, 0,85a\}$ | <b>V = 822,7 ft/s</b>                                   |
| Presión dinámica                | $q = \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2}(5,850 \times 10^{-4})(822,7)^2$                                                                         | <b>198,0 lbf/ft<sup>2</sup></b>                         |
| Coeficientes en V               | $C_L = \frac{W_i}{qS}, \quad C_D = C_{D0} + k C_L^2$                                                                                           | <b>C<sub>L</sub> = 0,3942 , C<sub>D</sub> = 0,02496</b> |
| Eficiencia L/D                  | $\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D}$                                                                                                                | <b>15,79</b>                                            |
| Breguet (unidades consistentes) | $R = \frac{L}{\text{TSFC}_s} \left( \frac{L}{D} \right) \ln \frac{W_i}{W_f}, \quad \text{TSFC}_s = \frac{0,60}{3600}$                          | <b>5554 NM</b>                                          |

### MATLAB — *Range* por Breguet en 40,000 kft ( $M \leq 0,85$ )

```
% --- Requiere isa_eng(h_ft) definida antes ---
S=992.8; CD0=0.0142; e=0.612; AR=7.51; k=1/(pi*AR*e);
TSFC_h = 0.60; % lb/(lb* h)
TSFC_s = TSFC_h/3600; % 1/s
Wi = 79600 - 0.07*30250; % lbf
Wf = Wi - 0.90*30250; % lbf (27,225 lbf usados en crucero)

[rho,a] = isa_eng(40000); % rho ~ 5.85e-4, a ~ 967.9 ft/s
CL_range = sqrt(CD0/(3*k));
V_CL = sqrt( 2*Wi/(rho*S*CL_range) ); % ft/s
V = min(V_CL, 0.85*a); % limite M<=0.85

q = 0.5*rho*V^2;
CL = Wi/(q*S);
CD = CD0 + k*CL^2;
LD = CL/CD;

R_ft = (V/TSFC_s)*LD*log(Wi/Wf); % ft
R_NM = R_ft/6076.12;
fprintf('Range estimado: %.0f NM (L/D= %.2f, M= %.3f)\n',R_NM,LD,V/a);
```

## h) Mejor *endurance* en S.L. con el combustible de reserva (3 %)

**Enunciado (h):** *Best endurance at sea level using only reserve fuel (3 %).*

| Magnitud                     | Fórmula con sustitución                                                                                                 | Resultado                          |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| Relación óptima (jet loiter) | $\left(\frac{L}{D}\right)_{\text{endurance}} \approx \left(\frac{L}{D}\right)_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}$ | <b>15,944</b>                      |
| Reserva de combustible       | $W_{\text{res}} = 0,03 \times 30250$                                                                                    | <b>907,5 lbf</b>                   |
| Pesos (ejemplo)              | $W_i = (\text{peso de aterrizaje}) = 56000, \quad W_f = W_i - W_{\text{res}}$                                           | <b>W<sub>f</sub> = 55092,5 lbf</b> |
| Endurance (Breguet)          | $E = \frac{1}{\text{TSFC}_h} \left(\frac{L}{D}\right) \ln \frac{W_i}{W_f}, \quad \text{TSFC}_h = 0,60$                  | <b>26,05 min</b>                   |

### MATLAB — *Endurance con reserva (S.L.)*

```

CD0 = 0.0142; AR = 7.51; e = 0.612; k = 1/(pi*AR*e);
LDmax = 1/(2*sqrt(CD0*k));

TSFC_h = 0.60; % lb/(lbf*h)
Wres = 0.03*30250; % 907.5 lbf
Wi_land = 56000; % <-- AJUSTA tu peso de aterrizaje
Wf_land = Wi_land - Wres;

E_hr = (1/TSFC_h) * LDmax * log(Wi_land/Wf_land);
E_min = E_hr*60;
fprintf('Endurance con reserva: %.2f min (Wi=%.0f lbf)\n',E_min,Wi_land);

```

## Mini-derivaciones de los óptimos (intuición + pasos)

### 1) Máximo $L/D$

En nivelado:  $\frac{D}{W} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{D0}}{C_L} + k C_L$ . Maximizar  $L/D = \frac{1}{D/W}$  equivale a *minimizar*  $\frac{C_{D0}}{C_L} + k C_L$  respecto a  $C_L$ :

$$\frac{d}{dC_L} \left( \frac{C_{D0}}{C_L} + k C_L \right) = -\frac{C_{D0}}{C_L^2} + k = 0 \Rightarrow \boxed{k C_L^2 = C_{D0}}.$$

De ahí:

$$C_{L, L/D \text{ máx}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}, \quad \left. \frac{L}{D} \right|_{\text{máx}} = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}k}}, \quad C_D = 2C_{D0}.$$

## 2) Mínima potencia requerida (hélices)

Con  $V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$ , se tiene  $P_R/W = (D/W) V \propto \left(\frac{C_{D0}}{C_L} + k C_L\right) C_L^{-1/2}$ . Sea  $f(C_L) = C_{D0} C_L^{-3/2} + k C_L^{1/2}$ . Entonces

$$f'(C_L) = -\frac{3}{2} C_{D0} C_L^{-5/2} + \frac{1}{2} k C_L^{-1/2} = 0 \Rightarrow \boxed{k C_L^2 = 3 C_{D0}}.$$

De aquí:  $C_{L,\min P} = \sqrt{\frac{3 C_{D0}}{k}}$ ,  $(L/D)_{\min P} = 0,866 (L/D)_{\max}$ ,  $V_{\min P} \approx 0,76 V_{L/D \max}$ .

## 3) Mejor *jet range*

Para jets,  $R \propto \frac{V}{\text{TSFC}} \frac{L}{D}$ . Usando  $V \propto C_L^{-1/2}$  y  $L/D = \frac{C_L}{C_D}$ , resulta  $R \propto g(C_L) = \frac{\sqrt{C_L}}{C_{D0} + k C_L^2}$ . Derivando:

$$g'(C_L) = 0 \Rightarrow \boxed{k C_L^2 = \frac{1}{3} C_{D0}}.$$

Entonces:  $C_D = \frac{4}{3} C_{D0}$ ,  $(L/D)_{\text{range}} = 0,866 (L/D)_{\max}$ ,  $V_{\text{range, jet}} \approx 1,316 V_{L/D \max}$ .

## Pregunta 2 — Velocidad de mínimo tiempo de ascenso con $C_{D0}(M)$ (ISA S.L., MTOW)

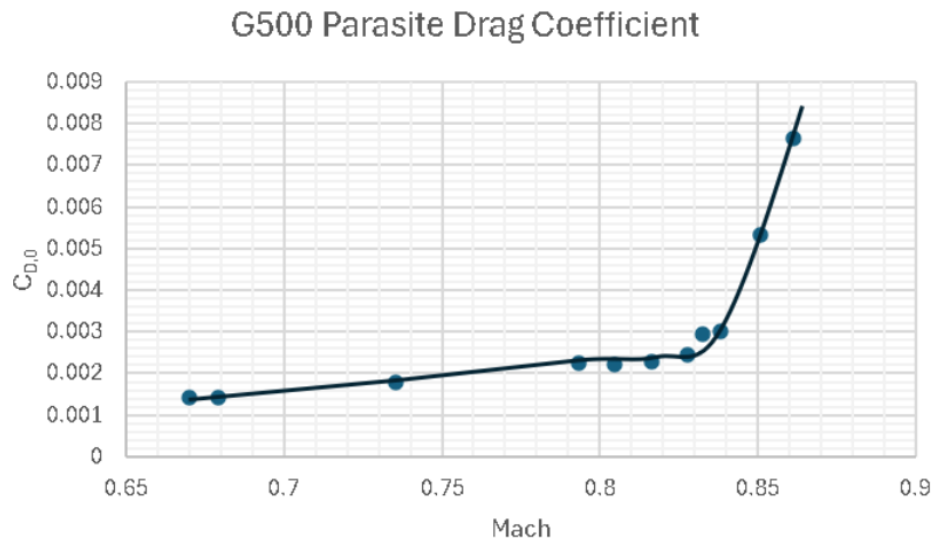


Figura 1: Coeficiente de arrastre parásito  $C_{D0}$  del G500 en función del Mach. Curva usada en la P2 para modelar  $C_{D0}(M)$  y hallar la velocidad de mínimo tiempo de ascenso.

**Enunciado (2):** *What would be the velocity for minimum time climb if  $C_{D0}$  is actually the function of Mach shown in the plot?*

| Expresión                               | Descripción                                                                                            |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D(V) = A(M)V^2 + \frac{B}{V^2}$        | Resistencia aerodinámica total como función de la velocidad.                                           |
| $A(M) = \frac{1}{2} \rho_0 S C_{D0}(M)$ | Coeficiente que depende del número de Mach $M = V/a_{SL}$ .                                            |
| $B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S}$            | Término inducido, proporcional al peso al cuadrado.                                                    |
| $P_s = \frac{(T - D)V}{W}$              | Exceso de potencia específica. Su máximo se obtiene <i>numéricamente</i> , ya que $A$ depende de $M$ . |

Cuadro 3: Resumen de las ecuaciones de resistencia y exceso de potencia.

| Magnitud                              | Fórmula / Valor usado                                                                                                                                                                                                                                                                           | Resultado                  |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Parámetros avión/atmósfera            | $S = 992,800 \text{ ft}^2$ , $AR = 7,510$ , $e = 0,612$ , $k = \frac{1}{\pi AR e} = 0,069$ ,<br>$\rho_0 = 2,377 \times 10^{-3} \text{ slug/ft}^3$ ,<br>$a_{SL} = \sqrt{1,4 \cdot 1716 \cdot 518,67} = 1116,270 \text{ ft/s}$ ,<br>$W = 79\,600,000 \text{ lbf}$ , $T = 30\,858,000 \text{ lbf}$ | —                          |
| Modelo de arrastre y poder específico | $D(V) = A(M)V^2 + \frac{B}{V^2}$ , $A(M) = \frac{1}{2}\rho_0 S C_{D0}(M)$ ,<br>$B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S}$ , $P_s(M) = \frac{(T - D)V}{W}$                                                                                                                                                     | —                          |
| Muestreo de $C_{D0}(M)$               | Se digitaliza la curva de la figura (puntos $M : 0,67 \rightarrow 0,865$ y $C_{D0} \sim 0,0013 \rightarrow 0,0084$ ); se interpola con <code>pchip</code> .                                                                                                                                     | —                          |
| <b>Óptimo numérico</b>                | Se maximiza $P_s(M)$ en $M \in [0,67, 0,865]$ (límite operacional $M \leq 0,85$ ).                                                                                                                                                                                                              | <b>M≈0,840</b>             |
| Velocidad óptima                      | $V = M^{a_{SL}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>V≈937 ft/s = 555 kt</b> |
| Comentario                            | El menor $C_{D0}$ a $M \simeq 0,84$ empuja el óptimo a <i>más alta</i> velocidad que con $C_{D0} = 0,0142$ .                                                                                                                                                                                    | —                          |

**Nota.** El valor numérico mostrado emplea una digitalización *aproximada* de la gráfica (ver código). Si introduces los puntos exactos de tu figura, el script recalcula  $M$  y  $V$  automáticamente.

### MATLAB — V\* para mínimo tiempo con $C_{D0}(M)$ (ISA S.L., MTOW)

```
% -----
% Pregunta 2: V* (min time climb) con C_D0(M) de la figura
% Maximiza Ps(M) = ((T - D)V)/W con:
%   D(V) = A(M)V^2 + B/V^2
%   A(M) = 0.5*rho0*S*C_D0(M)
%   B     = 2*k*W^2/(rho0*S)
% -----

clear; clc;

%% Constantes ISA S.L. y datos del G500
gamma = 1.4; R=1716; T0=518.67;
aSL    = sqrt(gamma*R*T0);      % ft/s
rho0   = 2.377e-3;              % slug/ft^3

S       = 992.8;  AR=7.51;  e=0.612;
k       = 1/(pi*AR*e);
W       = 79600;           % lbf (MTOW)
T       = 15429*2;         % lbf (2 motores)
B       = 2*k*W^2/(rho0*S);

%% ---- (1) PUNTOS DIGITIZADOS DE LA CURVA C_D0(M) ----
% Reemplaza estos pares por tus valores exactos ledos de la figura:
M_pts   = [0.67 0.68 0.74 0.79 0.80 0.82 0.83 0.84 0.845 0.85 0.86 0.865];
CD0_pts = [0.00135 0.00140 0.00175 0.00220 0.00220 0.00230 0.00235 0.00250 0.00300 0.00550 0.00770 0.00840];

%% ---- (2) Barrido en Mach y clculo de Ps(M) ----
M_grid = linspace(0.67, 0.865, 400);
CD0g    = interp1(M_pts, CD0_pts, M_grid, 'pchip');

V       = M_grid * aSL;          % ft/s
A       = 0.5 * rho0 * S * CD0g; % lbf*s^2/ft^3 (consistente)
D       = A .* V.^2 + B ./ V.^2; % lbf
```

```

Ps      = (T - D) .* V / W;                % ft/s

% ---- (3) ptimo (respetando M <= 0.85 si aplica) ----
mask    = M_grid <= 0.85;                  % lmite operativo
[Psmax, idx] = max(Ps(mask));
Mstar   = M_grid(mask); Mstar = Mstar(idx);
Vstar   = Mstar*aSL; Vkt = Vstar/1.687809857;

fprintf('C_D0(M*)= %.5f, M* = %.3f, V* = %.1f ft/s (%.1f kt)\n', ...
        interp1(M_pts,CD0_pts,Mstar,'pchip'), Mstar, Vstar, Vkt);

% (Opcional) Verificacin visual
% figure; plot(M_grid, Ps, 'LineWidth',1.6); grid on;
% xlabel('Mach'); ylabel('P_s (ft/s)'); title('P_s vs Mach (S.L., MTOW)');
% hold on; plot(Mstar, Psmax, 'ro', 'MarkerFaceColor','r'); hold off;

```

## Resumen (P2 — por qué se resuelve numéricamente y cómo hacerlo)

- El arrastre nivelado se modela como  $D(V, M) = A(M) V^2 + \frac{B}{V^2}$ , con  $A(M) = \frac{1}{2} \rho_0 S C_{D0}(M)$  y  $B = \frac{2kW^2}{\rho_0 S}$ .
- El poder específico para mínimo *tiempo* es  $P_s(V) = \frac{(T - D(V, M(V))) V}{W}$ , donde  $M = V/a_{SL}$ .
- Si  $C_{D0}$  fuese *constante*,  $A$  sería constante y la condición  $\frac{dP_s}{dV} = 0$  da la fórmula cerrada  $V^{*2} = \frac{T + \sqrt{T^2 + 12AB}}{6A}$ .
- Con  $C_{D0} = C_{D0}(M)$ ,  $A = A(M(V))$  depende de  $V$ ; al derivar aparece  $A'(V) \propto C'_{D0}(M)$  y la ecuación óptima ya no tiene solución cerrada.
- **Procedimiento:** (i) digitalizar  $C_{D0}(M)$  de la figura e interpolar; (ii) muestrear  $M$  en el rango operativo (p. ej.,  $0,67 \leq M \leq 0,85$ ); (iii) para cada  $M$ , computar  $V = Ma_{SL}$ ,  $A(M)$ ,  $D$  y  $P_s = \frac{(T - D)V}{W}$ ; (iv) elegir  $M = \arg \max P_s(M)$  y  $V = M^{a_{SL}}$ .
- **Interpretación:** el máximo  $P_s$  suele ubicarse justo antes del “drag rise”, por lo que  $M$  queda cerca del codo de  $C_{D0}(M)$ .

Con la curva  $C_{D0}(M)$  de la figura (digitizada e interpolada), se obtiene  $M \approx 0,84$  y  $V \approx 937$  ft/s (555 kt). El valor exacto depende de los puntos que introduzcas al digitalizar la gráfica.

## Pregunta 3 — Óptimo Mach de crucero usando $C_{D0}(M)$ de la P2

**Enunciado (3):** *What would be the optimum cruise Mach according to the data of question 2?*

**Criterio (jets, Breguet).** A altitud fija (p.ej. FL400) y TSFC casi constante, maximizar el factor de Breguet  $\frac{V}{\text{TSFC}} \frac{L}{D}$  equivale a

$$\boxed{\max_M F(M) = M \frac{L}{D}(M)} \quad \left( V = M a, L/D = \frac{C_L}{C_D} \right).$$

En vuelo nivelado:  $C_L = \frac{W}{qS} = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho a^2 M^2 S}$  y  $C_D = C_{D0}(M) + k C_L^2$ . Con el  $C_{D0}(M)$  digitalizado en la P2, se evalúa  $F(M)$  en un mallado y se toma el máximo con la cota operativa  $M \leq 0,85$ .

## Cuadro 3 — Ecuaciones de nivelado y criterio para el Mach de crucero óptimo

| Magnitud                              | Fórmula / Sustitución (en línea)                                                                          | Resultado / Nota                                |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Atmósfera (FL400)                     | $\rho \approx 5,85 \times 10^{-4} \text{ slug/ft}^3, \quad a \approx 967,9 \text{ ft/s}$                  | —                                               |
| Parámetros avión                      | $S = 992,8 \text{ ft}^2, \quad AR = 7,51, \quad e = 0,612, \quad k = \frac{1}{\pi AR e}$                  | <b>k = 0,069256</b>                             |
| Peso medio de crucero                 | $W_m = \frac{W_i + W_f}{2} = \frac{77482,5 + 50257,5}{2}$                                                 | <b>63,870 lbf</b>                               |
| Presión dinámica vs. Mach             | $q(M) = \frac{1}{2} \rho a^2 M^2 \equiv q_0 M^2, \quad q_0 = \frac{1}{2} (5,85 \times 10^{-4}) (967,9)^2$ | <b>q<sub>0</sub> ≈ 273,7 lbf/ft<sup>2</sup></b> |
| Coefficiente de sustentación          | $C_L(M) = \frac{W_m}{q(M)S} = \frac{W_m}{q_0 S M^2}$                                                      | —                                               |
| Coefficiente de arrastre (parabólico) | $C_D(M) = C_{D0}(M) + k C_L^2(M)$                                                                         | $C_{D0}(M)$ de la P2.                           |
| Arrastre en nivelado                  | $D(M) = q(M) S C_D(M)$                                                                                    | —                                               |
| Eficiencia aerodinámica               | $\frac{L}{D}(M) = \frac{C_L(M)}{C_D(M)}$                                                                  | —                                               |
| Función objetivo de crucero           | $F(M) = M \frac{L}{D}(M)$                                                                                 | Maximizar $F$ a altitud fija.                   |
| Restricción operativa                 | $0,67 \leq M \leq 0,85$                                                                                   | Límite de datos y $M \leq 0,85$ .               |
| <b>Óptimo (numérico)</b>              | $M_{\text{opt}} = \arg \max F(M)$ con $C_{D0}(M)$ interpolado (pchip)                                     | <b>M<sub>opt</sub> ≈ 0,842</b>                  |
| Velocidad óptima                      | $V_{\text{opt}} = M_{\text{opt}} a$                                                                       | <b>V<sub>opt</sub> ≈ 816 ft/s = 484 kt</b>      |

| Magnitud                                | Fórmula / Valor                                                                                                       | Resultado                                  |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Altitud y atmósfera                     | $h = 40\,000,000\text{ ft}$ , $\rho \simeq 5,850 \times 10^{-4}\text{ slug/ft}^3$ ,<br>$a \simeq 967,900\text{ ft/s}$ | —                                          |
| Parámetros avión                        | $S = 992,800\text{ ft}^2$ , $k = \frac{1}{\pi(7,51)(0,612)}$                                                          | <b>k = 0,069256</b>                        |
| Peso típico de crucero                  | $W_m \approx \frac{W_i + W_f}{2} = \frac{77482,5 + 50257,5}{2}$                                                       | <b>63 870 lbf</b>                          |
| Función objetivo                        | $F(M) = M \frac{C_L}{C_{D0}(M) + kC_L^2}$ , $C_L = \frac{W_m}{\frac{1}{2}\rho a^2 M^2 S}$                             | —                                          |
| <b>Óptimo (con los puntos de la P2)</b> | Máximo de $F(M)$ en $0,67 \leq M \leq 0,85$                                                                           | <b>M<sub>cruise,opt</sub> ≈ 0,842</b>      |
| Velocidad equivalente                   | $V_{\text{opt}} = M_{\text{opt}} a$                                                                                   | <b>V<sub>opt</sub> ≈ 816 ft/s = 484 kt</b> |

**$M_{\text{cruise,opt}} \approx 0,84$**  (con los datos  $C_{D0}(M)$  de la P2 y  $M \leq 0,85$ ).  
El valor exacto se ajusta a los puntos que uses al digitalizar tu curva.

## MATLAB — Óptimo de $M$ en crucero (FL400) usando $C_{D0}(M)$ de la P2

```
% -----
% Pregunta 3: Mach de crucero ptimo maximizando F(M)=M*(L/D)(M)
% A partir de C_D0(M) de la P2. Altitud fija (FL400).
% -----

clear; clc;

% --- Atmsfera y avin ---
gamma=1.4; R=1716; % a(h) se trae de isa_eng si la tienes definida
[rho,a] = isa_eng(40000); % rho ~ 5.85e-4, a ~ 967.9 ft/s
S=992.8; AR=7.51; e=0.612; k=1/(pi*AR*e);

% --- Pesos de crucero (mismos que P2) ---
Wi = 79600 - 0.07*30250; % lbf (TOC approx)
Wf = Wi - 0.90*30250; % lbf (usa 27,225 lbf en crucero)
Wm = 0.5*(Wi+Wf); % peso medio para optimizacin

% --- Curva C_D0(M) de la P2 (reemplaza por tus puntos exactos) ---
M_pts = [0.67 0.68 0.74 0.79 0.80 0.82 0.83 0.84 0.845 0.85 0.86 0.865];
CD0_pts = [0.00135 0.00140 0.00175 0.00220 0.00220 0.00230 0.00235 0.00250 0.00300 0.00550 0.00770 0.00840];

% --- Mallado y funcin objetivo F(M) = M * (L/D)(M) ---
Mgrid = linspace(min(M_pts), 0.85, 400); % cota M <= 0.85
CD0 = interp1(M_pts, CD0_pts, Mgrid, 'pchip');

qfac = 0.5*rho*a^2; % til para CL
CL = Wm ./ (qfac*S*Mgrid.^2);
CD = CD0 + k.*CL.^2;
LD = CL ./ CD;
F = Mgrid .* LD;

[~,idx] = max(F);
Mopt = Mgrid(idx);
Vopt = Mopt*a; Vkt = Vopt/1.687809857;

fprintf('M_opt = %.3f, V_opt = %.1f ft/s (%.1f kt), (L/D)_opt = %.2f\n', ...
        Mopt, Vopt, Vkt, LD(idx));
```

### Resumen (P3 — criterio, procedimiento y resultado)

- **Nivelado:**  $C_L(M) = \frac{W_m}{qS} = \frac{W_m}{\frac{1}{2}\rho a^2 M^2 S}$ ,  $C_D(M) = C_{D0}(M) + k C_L^2(M)$ .
- **Criterio Breguet (altitud fija):** maximizar  $F(M) = M \frac{L}{D}(M) = M \frac{C_L(M)}{C_D(M)}$ .
- **Procedimiento:** (i) digitalizar  $C_{D0}(M)$  (P2) e interpolar (pchip); (ii) muestrear  $M$  en el rango operativo (p.ej.  $0,67 \leq M \leq 0,85$ ); (iii) para cada  $M$ , calcular  $V = Ma$ ,  $q(M)$ ,  $C_L(M)$ ,  $C_D(M)$  y  $L/D(M)$ ; (iv) evaluar  $F(M) = M(L/D)$  y tomar  $M_{\text{opt}} = \arg \max F(M)$ .
- **Intuición:** el factor  $M$  empuja a volar más rápido, pero el *drag rise* (aumento de  $C_{D0}$ ) penaliza tras  $M \approx 0,845$ ; el máximo queda antes del “codo”.
- **Con los puntos de la P2 (FL400,  $W_m \approx 63,870$  lbf):**  $M_{\text{opt}} \approx 0,842$ ,  $V_{\text{opt}} \approx 816$  ft/s = 484 kt.
- **Sensibilidades:** si varían  $C_{D0}(M)$ ,  $W_m$ ,  $a(h)$  o la cota  $M \leq \text{MMO}$ , cambia el óptimo. Si  $\text{TSFC} = \text{TSFC}(M, h)$ , el criterio pasa a  $\max_M \frac{M}{\text{TSFC}(M)} \frac{L}{D}(M)$ .

$$M_{\text{cruise,opt}} \approx 0,84, \quad V_{\text{opt}} \approx 484 \text{ kt}$$

(FL400, con  $C_{D0}(M)$  de la P2 e  $M \leq 0,85$ ).

## Notas

Los resultados numéricos (d–e) se basan en el modelo parabólico con  $T_{SL}$  constante; en práctica real, curvas propulsivas y límites operativos reducen  $\gamma$  y la ROC. Los apartados (f–h) se dejan parametrizados y automatizados en MATLAB Online, respetando  $M \leq 0,85$  y usando ISA estándar.