Polytechnic University of Puerto Rico – Orlando Campus

ME 3140 – Intermediate Fluid Mechanics

Homework N-06

One-Dimensional Isentropic Flow (CO_2)

Instructor: Dr. Joaquín Valencia

Estudiante: Antonio Pérez

ID: 158655

Fecha de entrega: 14 de enero de 2026

Problema 1. One-Dimensional Isentropic Flow – Example 2 (CO_2)

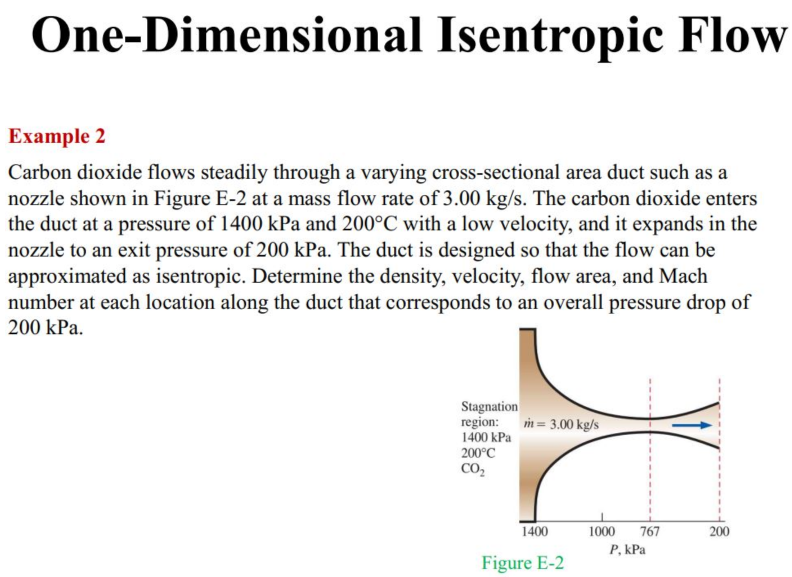

Figura 1: Enunciado problema 2

Enunciado

Se tiene flujo unidimensional isentrópico de CO_2 (gas ideal, propiedades constantes a 200.000 °C) desde un reservorio hacia un duct/nozzle. En el reservorio:

$$p_{0,1} = 1400{,}000\,\mathrm{kPa}, \qquad T_{0,1} = 473{,}150\,\mathrm{K}, \qquad V_1 \approx 0$$

En una sección 2 aguas abajo, la presión estática es:

$$p_2 = 1200{,}000\,\mathrm{kPa}$$

y el gasto másico es constante:

$$\dot{m} = 3{,}000\,\mathrm{kg/s}$$

Propiedades (CO_2 a 200.000 °C):

$$R = 188{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)}, \quad k = 1{,}288, \quad c_p = 843{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)}$$

Calcular en la sección 2: $T_2, \rho_1, \rho_2, V_2, c_2, M_2, A_2$.

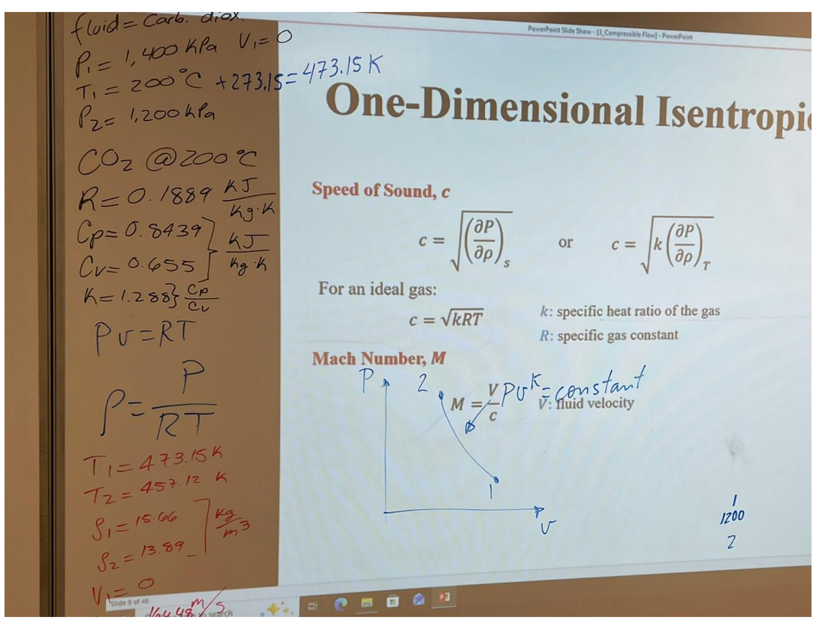

Figura 2: Definiciones: velocidad del sonido c y número de Mach M.

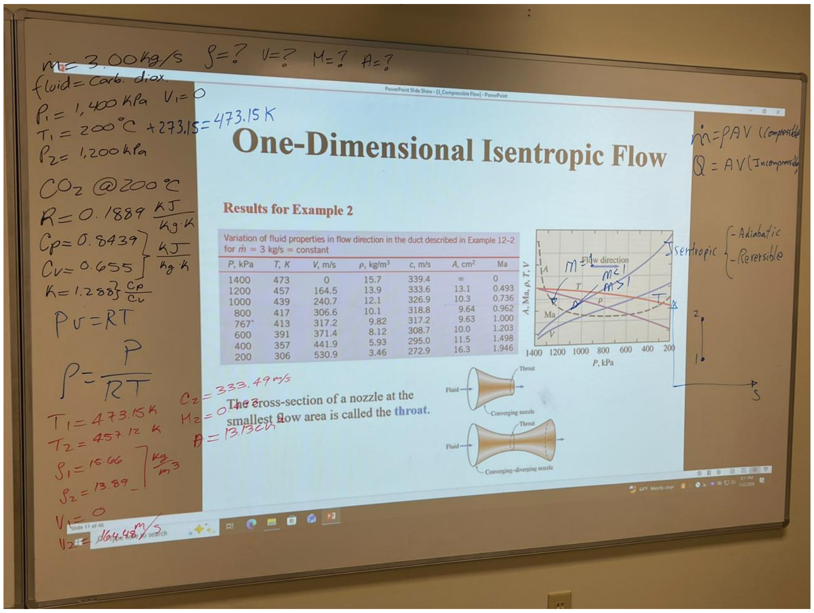

Figura 3: Contexto (Example 2): tabla/figura del ejemplo.

Tabla de variables iniciales (P1)

Variable	Valor (SI)	Descripción
$\dot{m}$	3.000 kg/s	Gasto másico
$p_{0,1}$	1400.000 kPa	Presión de estancamiento en 1
$T_{0,1}$	473.150 K	Temperatura de estancamiento en 1
p_2	1200.000 kPa	Presión estática en 2
R	188.900 J/(kg K)	Constante del gas (CO_2)
k	1.288	Razón de calores específicos
c_p	843.900 J/(kg K)	Calor específico a p cte

Tabla de fórmulas (P1)

ID	Fórmula	Uso
F1	$\frac{T_2}{T_{0,1}} = \left(\frac{p_2}{p_{0,1}}\right)^{\frac{k-1}{k}}$	Relación isentrópica T–p
F2	$\rho = \frac{p}{RT}$	Gas ideal (densidad)
F3	$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$	Estancamiento (energía)
F4	$c = \sqrt{kRT}$	Velocidad del sonido
F5	$M = \frac{V}{c}$	Número de Mach
F6	$\dot{m} = \rho A V$	Continuidad (compresible)

Desarrollo (P1)

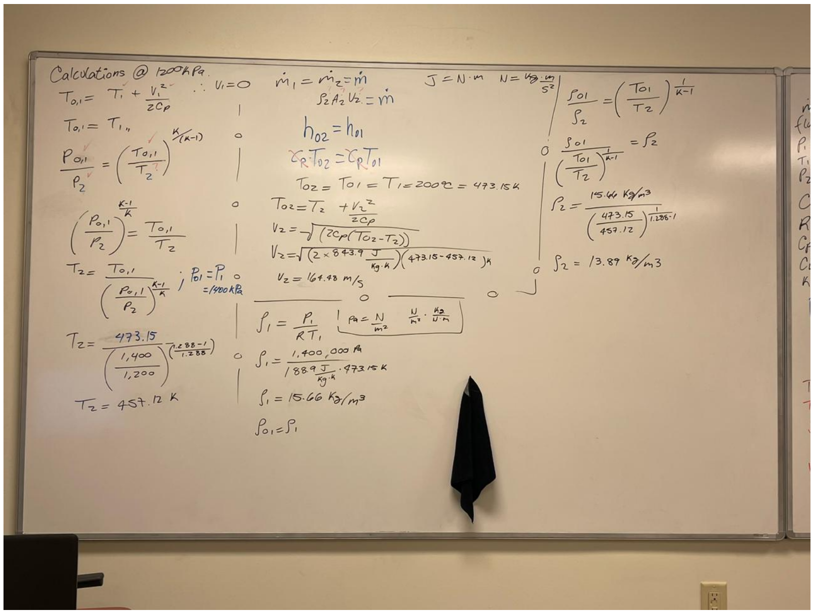

Figura 4: Relación isentrópica y densidades.

Paso 1. Temperatura T_2 (F1)

$$T_2 = T_{0,1}\left(\frac{p_2}{p_{0,1}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = (473{,}150\,\mathrm{K})\left(\frac{1200}{1400}\right)^{\frac{1{,}288-1}{1{,}288}} = 457{,}120\,\mathrm{K}$$

$$\boxed{T_2 = 457{,}120\,\mathrm{K}}$$

Paso 2. Densidades ρ_1 y ρ_2 (F2)

$$\rho_1 = \frac{1{,}400 \times 10^6\ \mathrm{Pa}}{(188{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)})(473{,}150\,\mathrm{K})} = 15{,}660\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\rho_2 = \frac{1{,}200 \times 10^6\ \mathrm{Pa}}{(188{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)})(457{,}120\,\mathrm{K})} = 13{,}890\,\mathrm{kg/m^3}$$

$$\boxed{\rho_1 = 15{,}660\,\mathrm{kg/m^3} \qquad \rho_2 = 13{,}890\,\mathrm{kg/m^3}}$$

Paso 3. Velocidad V_2 (F3)

Como $V_1 \approx 0$, entonces $T_{0,2} = T_{0,1}$.

$$V_2 = \sqrt{2c_p(T_{0,1} - T_2)} = \sqrt{2(843{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)})(473{,}150\,\mathrm{K} - 457{,}120\,\mathrm{K})} = 164{,}480\,\mathrm{m/s}$$

$$\boxed{V_2 = 164{,}480\,\mathrm{m/s}}$$

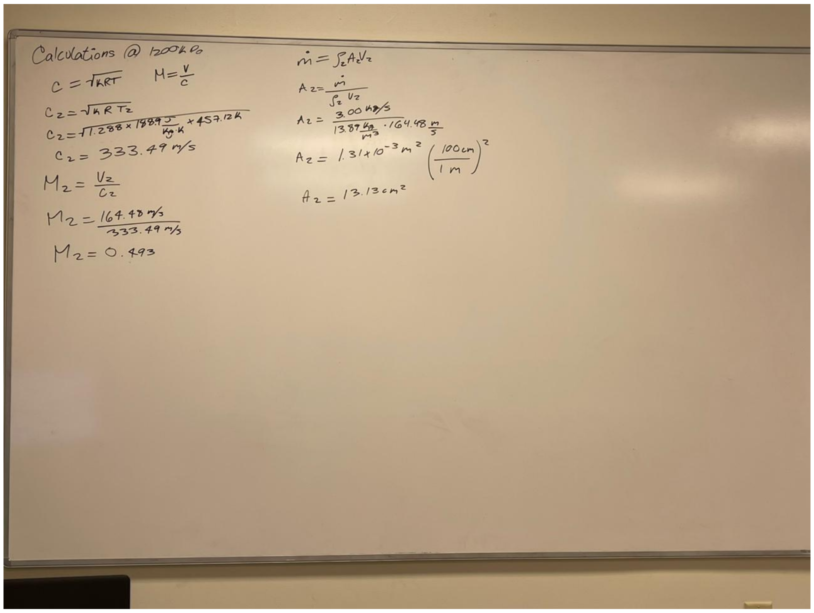

Figura 5: Cálculo de c_2, M_2 y A_2.

Paso 4. Velocidad del sonido c_2 y Mach M_2 (F4–F5)

$$c_2 = \sqrt{kRT_2} = \sqrt{(1{,}288)(188{,}900\,\mathrm{J/(kg\,K)})(457{,}120\,\mathrm{K})} = 333{,}490\,\mathrm{m/s}$$

$$M_2 = \frac{V_2}{c_2} = \frac{164{,}480\,\mathrm{m/s}}{333{,}490\,\mathrm{m/s}} = 0{,}493$$

$$c_2 = 333{,}490\,\mathrm{m/s} \qquad M_2 = 0{,}493$$

Paso 5. Área A_2 (F6)

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 V_2} = \frac{3{,}000\,\mathrm{kg/s}}{(13{,}890\,\mathrm{kg/m^3})(164{,}480\,\mathrm{m/s})} = 1{,}312 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \approx 13{,}130\,\mathrm{cm}^2$$

$$A_2 = 1{,}312 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \approx 13{,}130\,\mathrm{cm}^2$$

Problema 2. One-Dimensional Isentropic Flow – Example 3 (condición crítica)

Enunciado

Usando $p_0 = 1400{,}000\,\mathrm{kPa}$, $T_0 = 473{,}150\,\mathrm{K}$ y $k = 1{,}288$ para CO_2, determinar la **temperatura crítica** T y la **presión crítica** p en la garganta cuando el flujo alcanza condición sónica ($M = 1$).

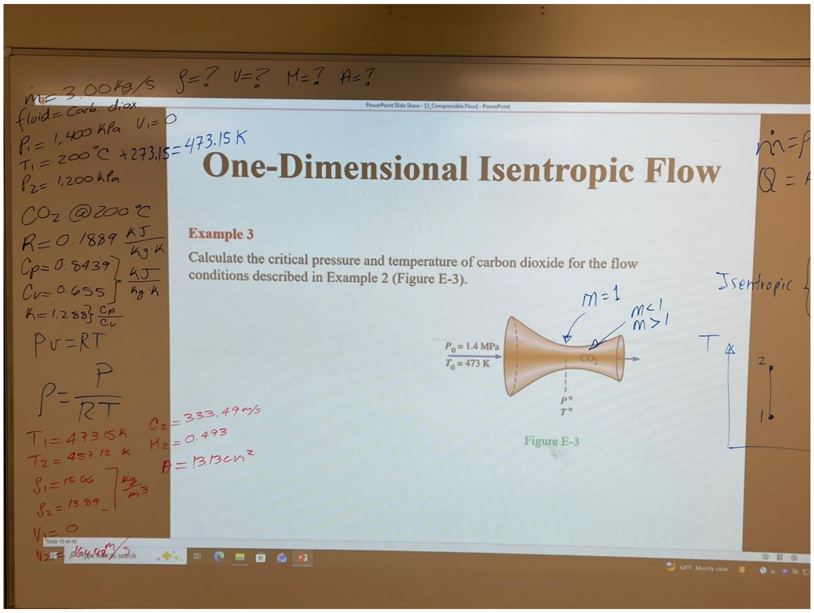

Figura 6: Diapositiva: Example 3 (condición crítica).

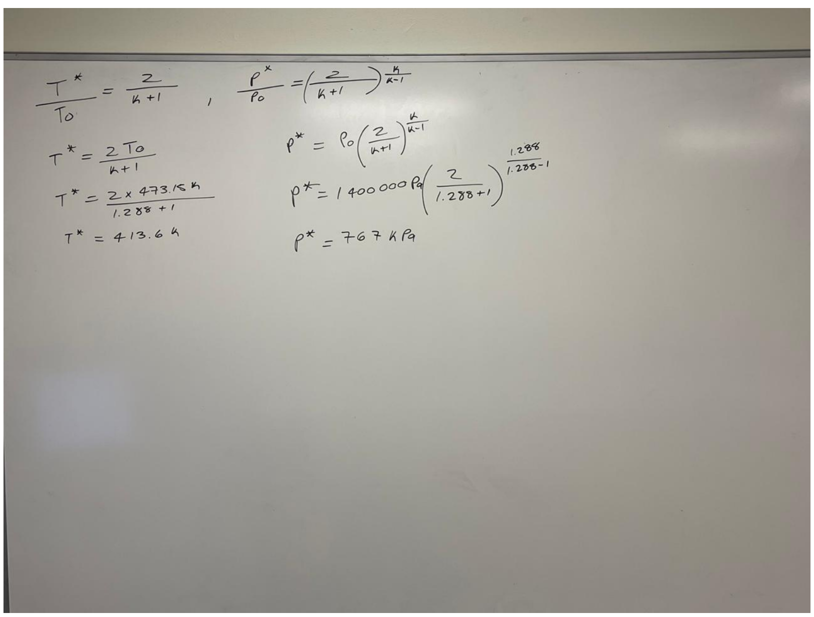

Figura 7: Fórmulas para T y p.

Tabla de variables iniciales (P2)

Variable	Valor (SI)	Descripción
p_0	1400.000 kPa	Presión de estancamiento
T_0	473.150 K	Temperatura de estancamiento
k	1.288	Razón de calores específicos

Tabla de fórmulas (P2)

ID	Fórmula	Uso
G1	$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{k+1}$	Temperatura crítica ($M = 1$)
G2	$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$	Presión crítica ($M = 1$)

Desarrollo (P2)

Paso 1. Temperatura crítica T (G1)

$$T = \frac{2T_0}{k+1} = \frac{2(473{,}150\,\mathrm{K})}{1{,}288+1} = 413{,}590\,\mathrm{K}$$

$$T = 413{,}600\,\mathrm{K}$$

Paso 2. Presión crítica p (G2)

$$p = p_0\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = (1400{,}000\,\mathrm{kPa})\left(\frac{2}{2{,}288}\right)^{\frac{1{,}288}{0{,}288}} = 767{,}070\,\mathrm{kPa}$$

$$p = 767{,}000\,\mathrm{kPa} = 0{,}767\,\mathrm{MPa}$$

Interpretación física

La condición crítica ocurre cuando el flujo alcanza $M = 1$ en la garganta. Si la presión aguas abajo disminuye hasta cumplir $p_2 \leq p$, el flujo se *estrangula* (choked) y el caudal máximo queda gobernado por la condición crítica.