

Polytechnic University of Puerto Rico – Orlando Campus
ME 3140 – Intermediate Fluid Mechanics

Homework N-12

Isentropic Flow Through Nozzles – Example 4

Instructor: Dr. Joaquín Valencia

Estudiante: Antonio Pérez

ID: 158655

Fecha de entrega: 1 de febrero de 2026

Problema 1. Isentropic Flow Through a Converging Nozzle (Example 4)

Enunciado

Aire a 1.00 MPa y 600.00°C entra a una boquilla convergente con velocidad $V_1 = 150,00 \text{ m/s}$. Para un área de garganta $A^* = 50,00 \text{ cm}^2$, determinar el gasto másico $\dot{m}$ cuando la presión de respaldo es: (a) $P_b = 0,70 \text{ MPa}$ y (b) $P_b = 0,40 \text{ MPa}$.

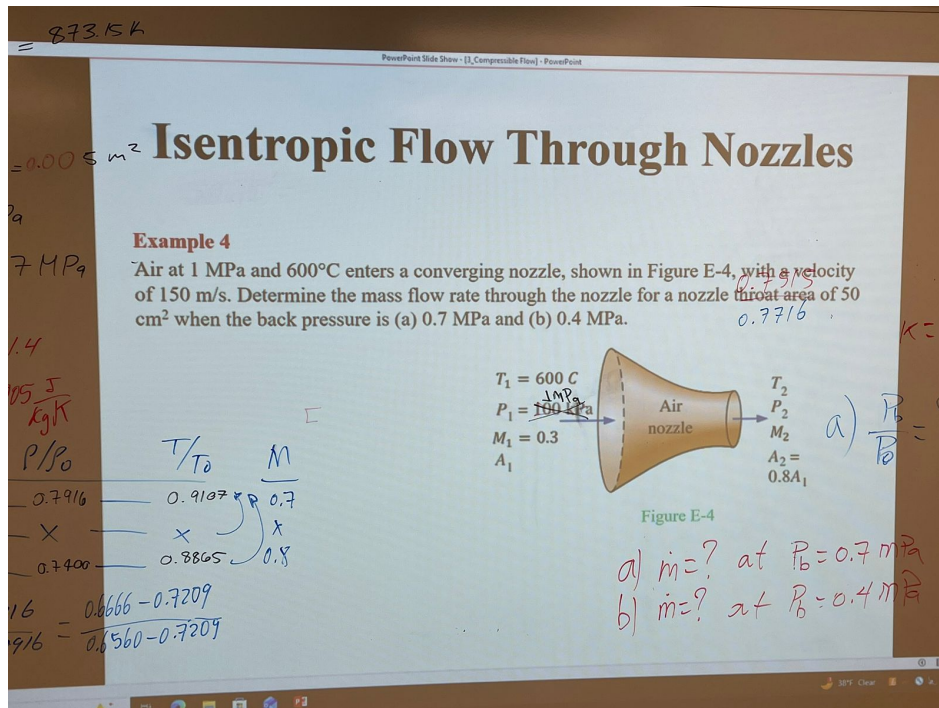


Figura 1: Example 4 (enunciado).

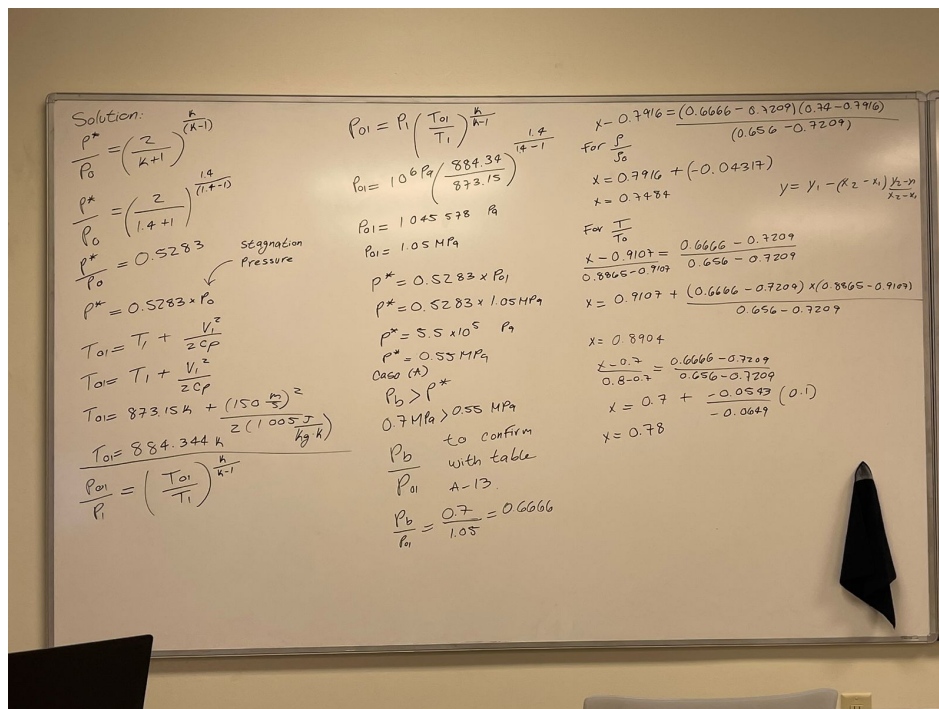


Figura 2: Obtención de T_0 , P_0 , P^* y criterio.

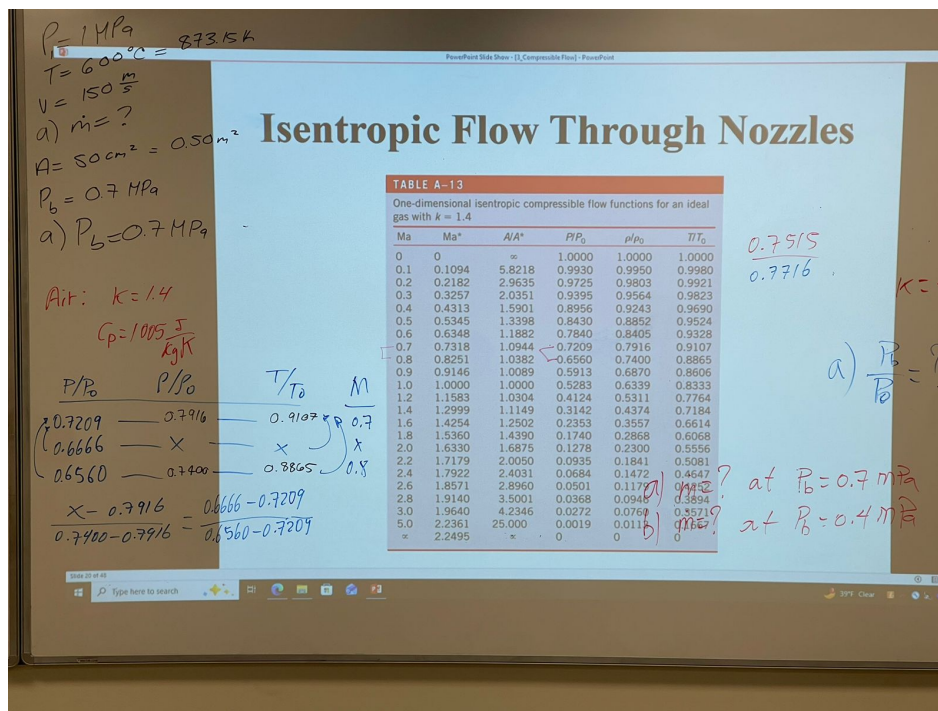


Figura 3: Tabla A-13 usada para interpolación con $k = 1,40$.

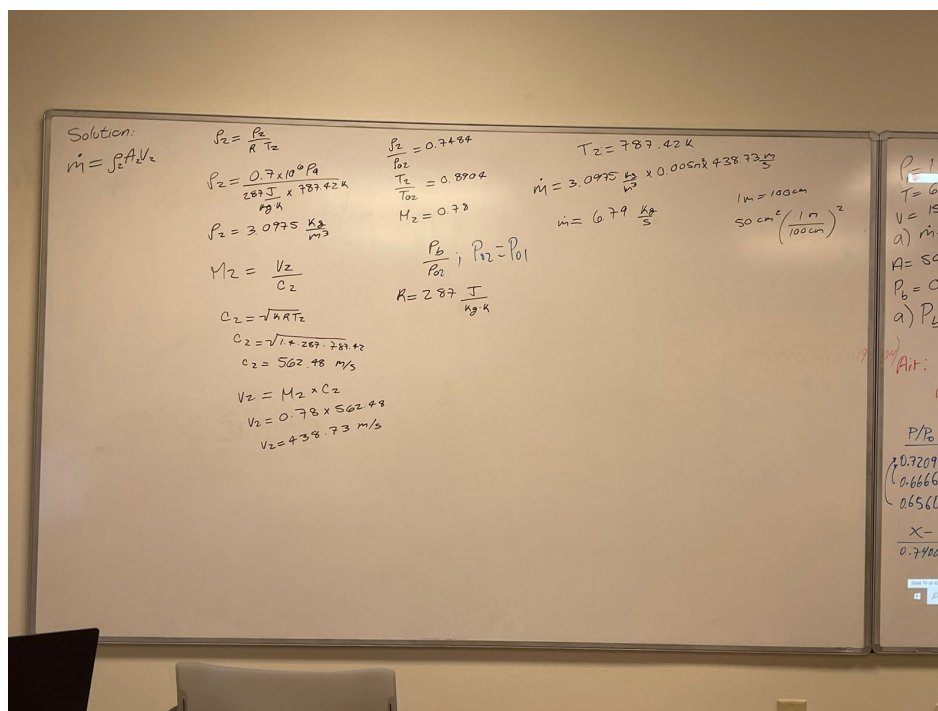


Figura 4: Desarrollo numérico del caso (a).

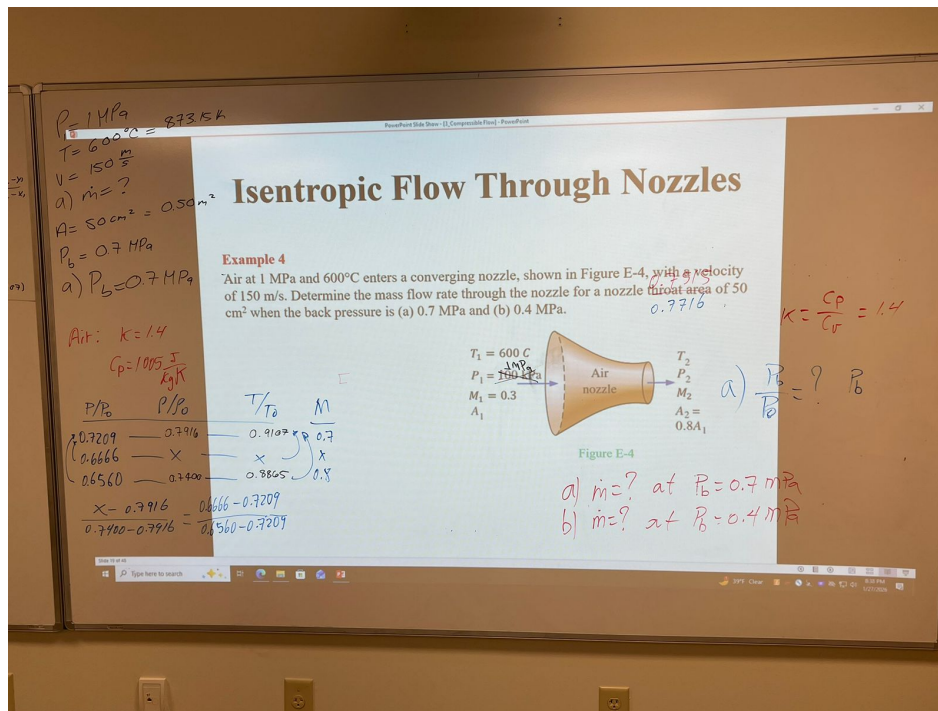


Figura 5: Slide: apoyo visual del ejemplo.

Tabla de variables iniciales

Variable	Valor (SI)	Descripción
P_1	1.00 MPa	Presión estática de entrada
T_1	873.15 K	Temperatura estática de entrada
V_1	150.00 m/s	Velocidad de entrada
A^*	50.00 cm²	Área de garganta
k	1.40	Razón de calores específicos
R	287.00 J/(kg K)	Constante del gas
c_p	1005.00 J/(kg K)	Calor específico a p constante
$P_{b,a}$	0.70 MPa	Back pressure caso (a)
$P_{b,b}$	0.40 MPa	Back pressure caso (b)

Conversión de área

$$A^* = 50,00 \text{ cm}^2 = 50,00 \times 10^{-4} = 0,01 \text{ m}^2$$

Para reproducir los resultados de la pizarra en continuidad se usa:

$$A^* = 0,01 \text{ m}^2$$

Tabla de fórmulas usadas

ID	Fórmula	Uso
F1	$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$	Temperatura de estancamiento
F2	$P_0 = P \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}}$	Presión de estancamiento
F3	$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$	Presión crítica
F4	$c = \sqrt{kRT}$	Velocidad del sonido
F5	$V = Mc$	Velocidad
F6	$\rho = \frac{P}{RT}$	Densidad
F7	$\dot{m} = \rho AV$	Continuidad
F8	$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1}$	Temperatura crítica

Propiedades del aire

$$k = 1,40, \quad R = 287,00, \quad c_p = 1005,00$$

Desarrollo

Paso 1. Cálculo de $T_{0,1}$

$$T_{0,1} = T_1 + \frac{V_1^2}{2c_p}$$
$$T_{0,1} = 873,15 + \frac{150,00^2}{2(1005,00)} = 884,34$$
$$T_{0,1} = 884,34 \text{ K}$$

Paso 2. Cálculo de $P_{0,1}$

$$P_{0,1} = P_1 \left(\frac{T_{0,1}}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$
$$P_{0,1} = 1,00 \left(\frac{884,34}{873,15} \right)^{3,50} = 1,05$$
$$P_{0,1} = 1,05 \text{ MPa}$$

Paso 3. Presión crítica P^*

$$\frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{2}{2,40} \right)^{3,50} = 0,53$$
$$P^* = 0,53(1,05) = 0,55$$
$$P^* = 0,55 \text{ MPa}$$

Caso (a): $P_b = 0,70 \text{ MPa}$

Paso 4a. Relación P_b/P_0

$$\frac{P_b}{P_{0,1}} = \frac{0,70}{1,05} = 0,67$$

Interpolación con Tabla A-13:

$$M_2 = 0,78$$
$$M_2 = 0,78$$

Paso 5a. Cálculo de T_2

$$\frac{T_2}{T_0} = 0,89$$
$$T_2 = (0,89)(884,34) = 787,42$$
$$T_2 = 787,42 \text{ K}$$

Paso 6a. c_2 y V_2

$$c_2 = \sqrt{kRT_2} = \sqrt{1,40(287,00)(787,42)} = 562,48$$
$$V_2 = M_2 c_2 = (0,78)(562,48) = 438,73$$
$$V_2 = 438,73 \text{ m/s}$$

Paso 7a. ρ_2 y $\dot{m}_a$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{RT_2} = \frac{0,70 \times 10^6}{(287,00)(787,42)} = 3,10$$
$$\dot{m}_a = \rho_2 A^* V_2 = (3,10)(0,01)(438,73) = 13,60$$
$$\dot{m}_a = 13,60 \text{ kg/s}$$

Caso (b): $P_b = 0,40 \text{ MPa}$

Paso 4b. Verificación de estrangulamiento

$$P_b = 0,40 \text{ MPa} < P^* = 0,55 \text{ MPa}$$

Flujo estrangulado: $M = 1,00$ en la garganta

Paso 5b. Propiedades críticas

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} = \frac{2}{2,40} = 0,83$$

$$T^* = (0,83)(884,34) = 736,95$$

$$\rho^* = \frac{0,55 \times 10^6}{(287,00)(736,95)} = 2,61$$

$$c^* = \sqrt{1,40(287,00)(736,95)} = 544,16$$

$$V^* = c^* = 544,16$$

$$T^* = 736,95 \text{ K} \quad \rho^* = 2,61 \text{ kg/m}^3 \quad V^* = 544,16 \text{ m/s}$$

Paso 6b. Flujo másico máximo

$$\dot{m}_b = \rho^* A^* V^* = (2,61)(0,01)(544,16) = 14,20$$

$$\dot{m}_b = 14,20 \text{ kg/s}$$

Interpretación física

Cuando la presión de respaldo cae por debajo de la presión crítica, el flujo se estrangula y el gasto másico se vuelve máximo.