

Polytechnic University of Puerto Rico – Orlando Campus
ME 3140 – Intermediate Fluid Mechanics

Homework N-07

Wind Turbines – Example 3 (HAWT)

Instructor: Dr. Joaquín Valencia

Estudiante: Antonio Pérez

ID: 158655

Fecha de entrega: 18 de enero de 2026

Problema. Turbinas eólicas (HAWT) – Example 3

Para ahorrar dinero, una escuela planea generar parte de su propia electricidad usando una turbina eólica tipo **HAWT** (Horizontal Axis Wind Turbine) instalada en la cima de una colina donde es bastante ventoso. Como estimación conservadora basada en la Figura E-2, esperan lograr un **coeficiente de potencia** $C_P = 0,40$ (40%). La eficiencia combinada de la **caja de engranajes + generador** se estima en $\eta_{gg} = 0,85$ (85%). Si el diámetro del disco barrido por el rotor es $D = 12,500$ m, estimar la **potencia eléctrica** producida cuando el viento sopla a $V_w = 10,000$ m/s.

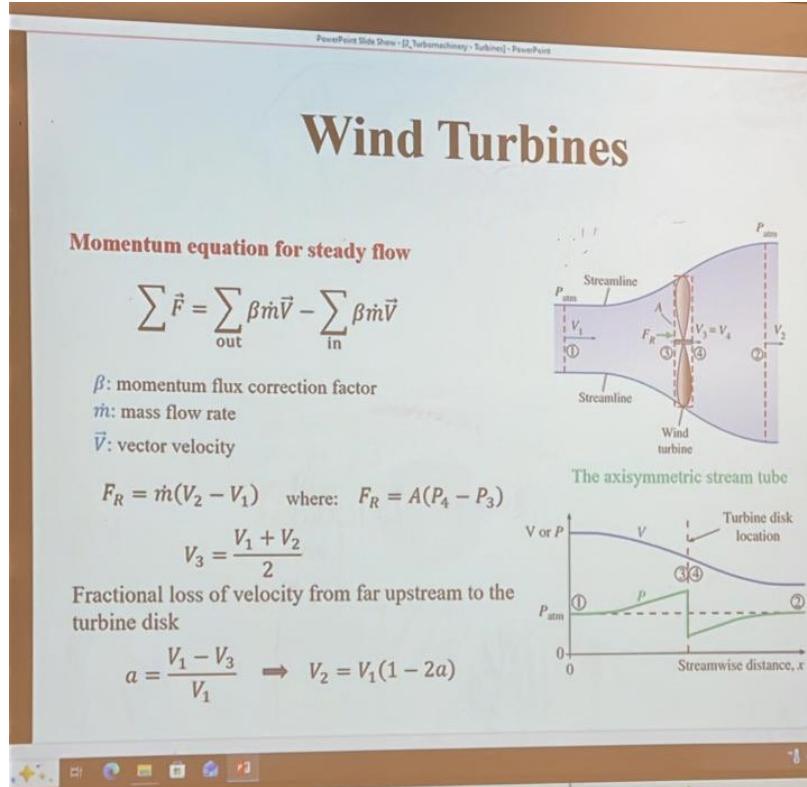


Figura 1: Diapositiva de teoría: turbinas eólicas (cantidad de movimiento y tubo de corriente).

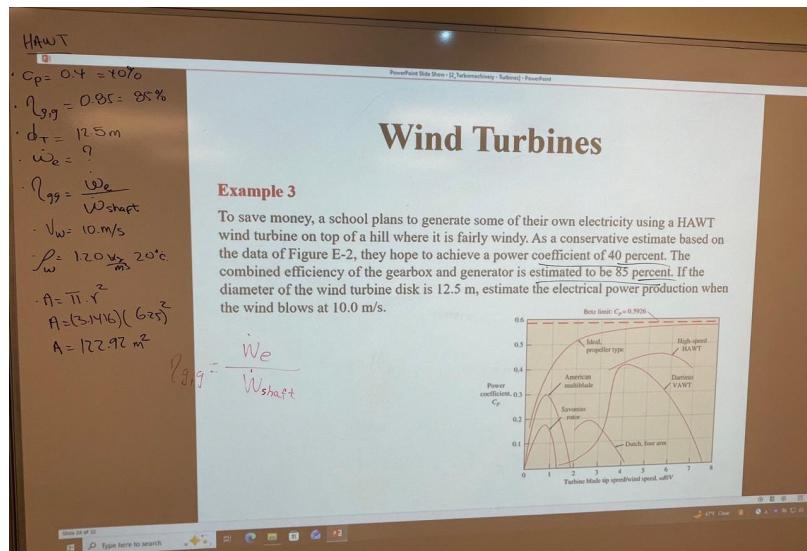


Figura 2: Diapositiva: "Wind Turbines – Example 3" (enunciado).

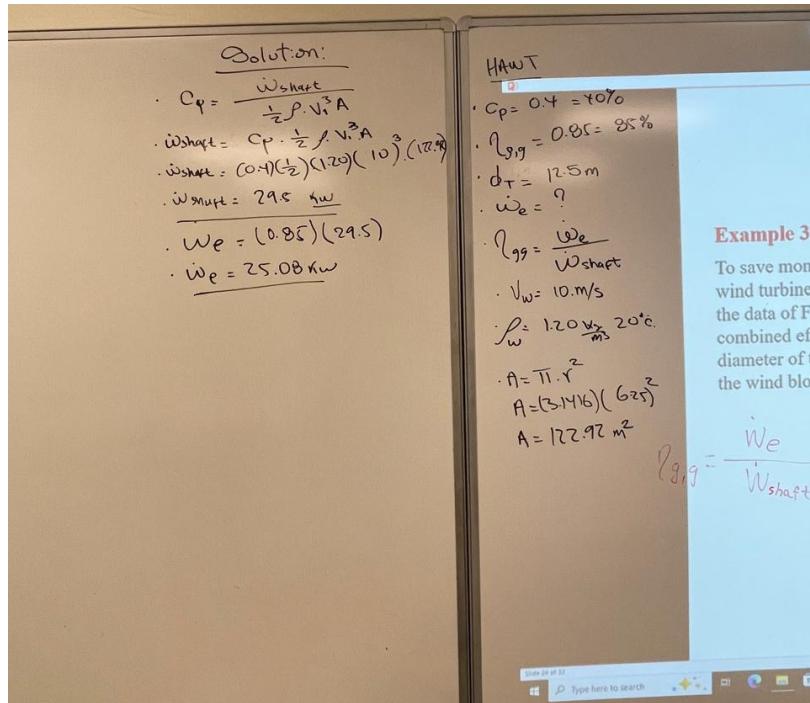


Figura 3: Evidencia en pizarra: uso de C_P y η_{gg} para obtener potencia eléctrica.

Tabla de variables iniciales

Variable	Valor (SI)	Descripción
C_P	0,40	Coeficiente de potencia (fracción de potencia del viento convertida en potencia mecánica de eje)
η_{gg}	0,85	Eficiencia combinada (gearbox + generator)
D	12.500 m	Diámetro del disco del rotor
R	$D/2 = 6,250$ m	Radio del rotor
V_w	10.000 m/s	Velocidad del viento (lejana aguas arriba)
ρ	1.200 kg/m ³	Densidad del aire (aprox. a 20°C)
A	πR^2	Área barrida por el rotor
\dot{W}_{wind}	?	Potencia disponible en el viento
\dot{W}_{shaft}	?	Potencia mecánica en el eje del rotor
\dot{W}_e	?	Potencia eléctrica producida

Tabla de fórmulas (usadas en clase)

ID	Fórmula	Uso
F1	$R = \frac{D}{2}, \quad A = \pi R^2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$	Área del disco del rotor
F2	$\dot{W}_{wind} = \frac{1}{2} \rho A V_w^3$	Potencia disponible en el viento (flujo de energía cinética)
F3	$C_P = \frac{\dot{W}_{shaft}}{\dot{W}_{wind}} \Rightarrow \dot{W}_{shaft} = C_P \dot{W}_{wind}$	Potencia mecánica en el eje a partir de C_P
F4	$\eta_{gg} = \frac{\dot{W}_e}{\dot{W}_{shaft}} \Rightarrow \dot{W}_e = \eta_{gg} \dot{W}_{shaft}$	Conversión de potencia de eje a potencia eléctrica

Desarrollo (siguiendo el método de clase)

Paso 1. Área del disco del rotor A (F1)

$$R = \frac{D}{2} = \frac{12,5}{2} = 6,250 \text{ m}$$

$$A = \pi R^2 = \pi (6,25)^2 = \pi (39,0625) = 122,720 \text{ m}^2$$

$A = 122,720 \text{ m}^2$

Paso 2. Potencia disponible en el viento \dot{W}_{wind} (F2)

$$\dot{W}_{wind} = \frac{1}{2} \rho A V_w^3 = \frac{1}{2} (1,20)(122,72)(10,0)^3$$
$$\dot{W}_{wind} = 0,6(122,72)(1000) = 73\,632,000 \text{ W} = 73,632 \text{ kW}$$
$$\dot{W}_{wind} = 7,360 \times 10^4 \text{ W} = 73,630 \text{ kW}$$

Paso 3. Potencia mecánica al eje \dot{W}_{shaft} usando C_P (F3)

$$\dot{W}_{shaft} = C_P \dot{W}_{wind} = (0,40)(73,632 \text{ kW}) = 29,453 \text{ kW}$$
$$\dot{W}_{shaft} = 29,450 \text{ kW}$$

Paso 4. Potencia eléctrica \dot{W}_e usando η_{gg} (F4)

$$\dot{W}_e = \eta_{gg} \dot{W}_{shaft} = (0,85)(29,453 \text{ kW}) = 25,035 \text{ kW}$$
$$\dot{W}_e = 25,030 \text{ kW}$$

Respuesta final

$$\dot{W}_e \approx 25,000 \text{ kW}$$

Comentario técnico breve

El coeficiente de potencia $C_P = 0,40$ es una meta conservadora y se encuentra por debajo del límite de Betz ($C_{P,\text{máx}} \approx 0,593$), por lo cual el cálculo es físicamente consistente. La eficiencia $\eta_{gg} = 0,85$ reduce la potencia mecánica del eje a potencia eléctrica útil entregada por el generador.