

Polytechnic University of Puerto Rico – Orlando Campus
ME 3140 – Intermediate Fluid Mechanics

Homework N-08

Turbine Scaling Laws – Example 5 (Specific Speed)

Instructor: Dr. Joaquín Valencia

Estudiante: Antonio Pérez

ID: 158655

Fecha de entrega: 22 de enero de 2026

Problema. Turbine Scaling Laws – Example 5 (Turbine specific speed)

Turbine Scaling Laws

Example 5

Calculate and compare the turbine specific speed for both the small (A) and large (B) turbines of Example 5.

Figura 1: Diapositiva: “Turbine Scaling Laws – Example 5” (enunciado).

Turbine Scaling Laws

Turbine Specific Speed, N_{St} : Turbine specific speed is used to characterize the operation of a turbine at its optimum conditions (best efficiency point) and is useful for preliminary turbine selection.

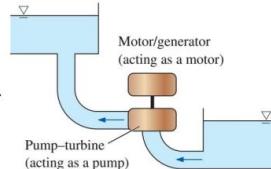
$$N_{St} = \frac{C_p^{1/2}}{C_H^{5/4}} = \frac{\omega(bhp)^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}$$

Turbine Specific Speed, N_{St}

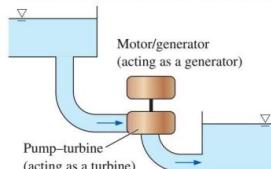
$$N_{St} = N_{Sp} \sqrt{\eta_t}$$

Pump-turbine specific speed relationship at the same flow rate and rpm:

$$\begin{aligned} N_{St} &= N_{Sp} \sqrt{\eta_t} \left(\frac{H_p}{H_t} \right)^{3/4} \\ &= N_{Sp} (\eta_t)^{5/4} (\eta_p)^{3/4} \left(\frac{bhp_p}{bhp_t} \right)^{3/4} \end{aligned}$$



(a) Water is pumped by the pump-turbine during periods of low demand for power



(b) Electricity is generated by the pump-turbine during periods of high demand for power

Figura 2: Diapositiva: definición de “Turbine Specific Speed” N_{St} .

Turbine Scaling Laws

Maximum efficiency as a function of **turbine specific speed** for the three main types of dynamic turbines.

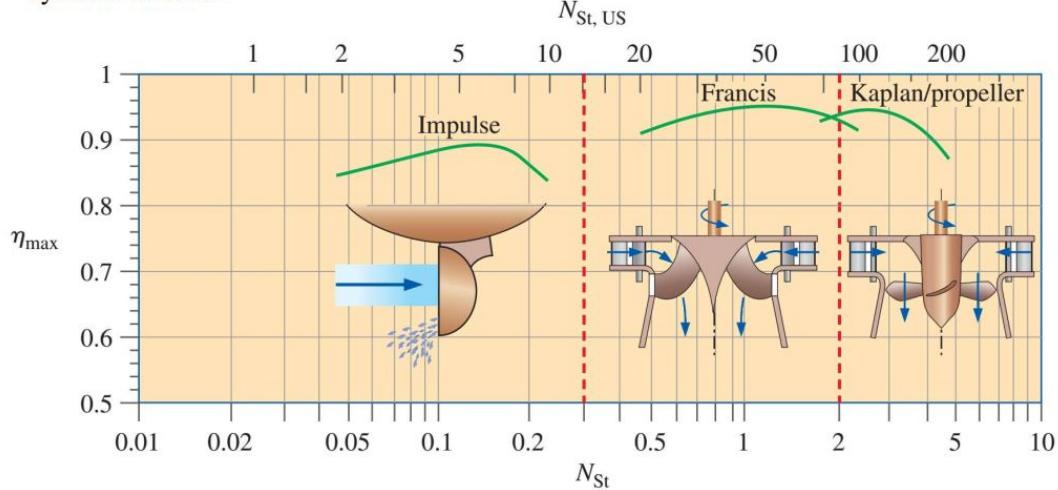


Figura 3: Diapositiva: η_{\max} como función del turbine specific speed para Impulse, Francis y Kaplan/propeller.

Cuadro comparativo: Tipos de turbina vs. velocidad específica

Tipo de turbina	Rango típico de N_{St}	Rango de head H	Características principales	Aplicaciones típicas
Impulso (Pelton)	$N_{St} \lesssim 0.2$	Alto head, bajo caudal	Conversión basada en chorro libre; no opera sumergida; alta eficiencia a grandes alturas	Centrales de montaña, presas con grandes desniveles
Reacción (Francis)	$0.2 \lesssim N_{St} \lesssim 2$	Head medio, caudal medio	Flujo mixto (radial-axial); amplio rango operativo; alta eficiencia en condiciones variadas	Centrales hidroeléctricas convencionales
Reacción (Kaplan / Propeller)	$N_{St} \gtrsim 2$	Bajo head, alto caudal	Flujo axial; álabes ajustables (Kaplan); ideal para grandes volúmenes de agua	Ríos, presas de baja altura, mareomotriz

Enunciado

Calcular y comparar la **velocidad específica de turbina** (*turbine specific speed*) para la turbina **pequeña (A)** y la turbina **grande (B)** del *Example 4*.

Datos usados (Tomados del ejemplo 4):

$$\omega = 12,570 \text{ rad/s (120,000 rpm)}, \quad \rho = 998,000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9,810 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Turbina A: } H_A = 75,000 \text{ m, bhp}_A = 242,000 \text{ MW}$$

$$\text{Turbina B: } H_B = 104,000 \text{ m, bhp}_B = 524,000 \text{ MW}$$

Tabla de variables iniciales

Variable	Valor (SI)	Descripción
ω	12.570 rad/s	Velocidad angular (para A y B)
ρ	998.000 kg/m ³	Densidad del agua (aprox. 20.000 °C)
g	9.810 m/s ²	Gravedad
H_A	75.000 m	Head neto de turbina A
bhp_A	242.000 MW	Potencia al eje turbina A
H_B	104.000 m	Head neto de turbina B
bhp_B	524.000 MW	Potencia al eje turbina B

Tabla de fórmulas (según diapositiva)

ID	Fórmula	Uso
F1	$N_{St} = \frac{C_P^{1/2}}{C_H^{5/4}}$	Definición con coeficientes adimensionales
F2	$N_{St} = \frac{\omega(\text{bhp})^{1/2}}{\rho^{1/2}(gH)^{5/4}}$	Forma práctica para calcular con ω , bhp, H

Desarrollo

Paso 1. Calcular N_{St} para la turbina A (F2)

$$N_{St,A} = \frac{\omega \sqrt{\text{bhp}_A}}{\sqrt{\rho} (gH_A)^{5/4}}$$

Sustituyendo:

$$N_{St,A} = \frac{(12,57)\sqrt{242 \times 10^6}}{\sqrt{998}[9,81(75)]^{5/4}} = 1,615$$

$$N_{St,A} = 1,615$$

Paso 2. Calcular N_{St} para la turbina B (F2)

$$N_{St,B} = \frac{\omega \sqrt{\text{bhp}_B}}{\sqrt{\rho} (gH_B)^{5/4}}$$

Sustituyendo:

$$N_{St,B} = \frac{(12,57)\sqrt{524 \times 10^6}}{\sqrt{998}[9,81(104)]^{5/4}} = 1,580$$

$$N_{St,B} = 1,580$$

Paso 3. Comparación e interpretación con la gráfica

De la diapositiva de selección, valores $N_{St} \approx 1,6$ caen en la región típica de turbinas **Francis** (zona intermedia entre impulso y Kaplan/propeller), lo cual es consistente con el tipo de turbina del Example 4.

Resumen final

$$N_{St,A} = 1,615 \quad N_{St,B} = 1,580$$

Conclusión: ambos valores son muy cercanos (< 3% de diferencia), consistente con el escalamiento y operación eficiente.