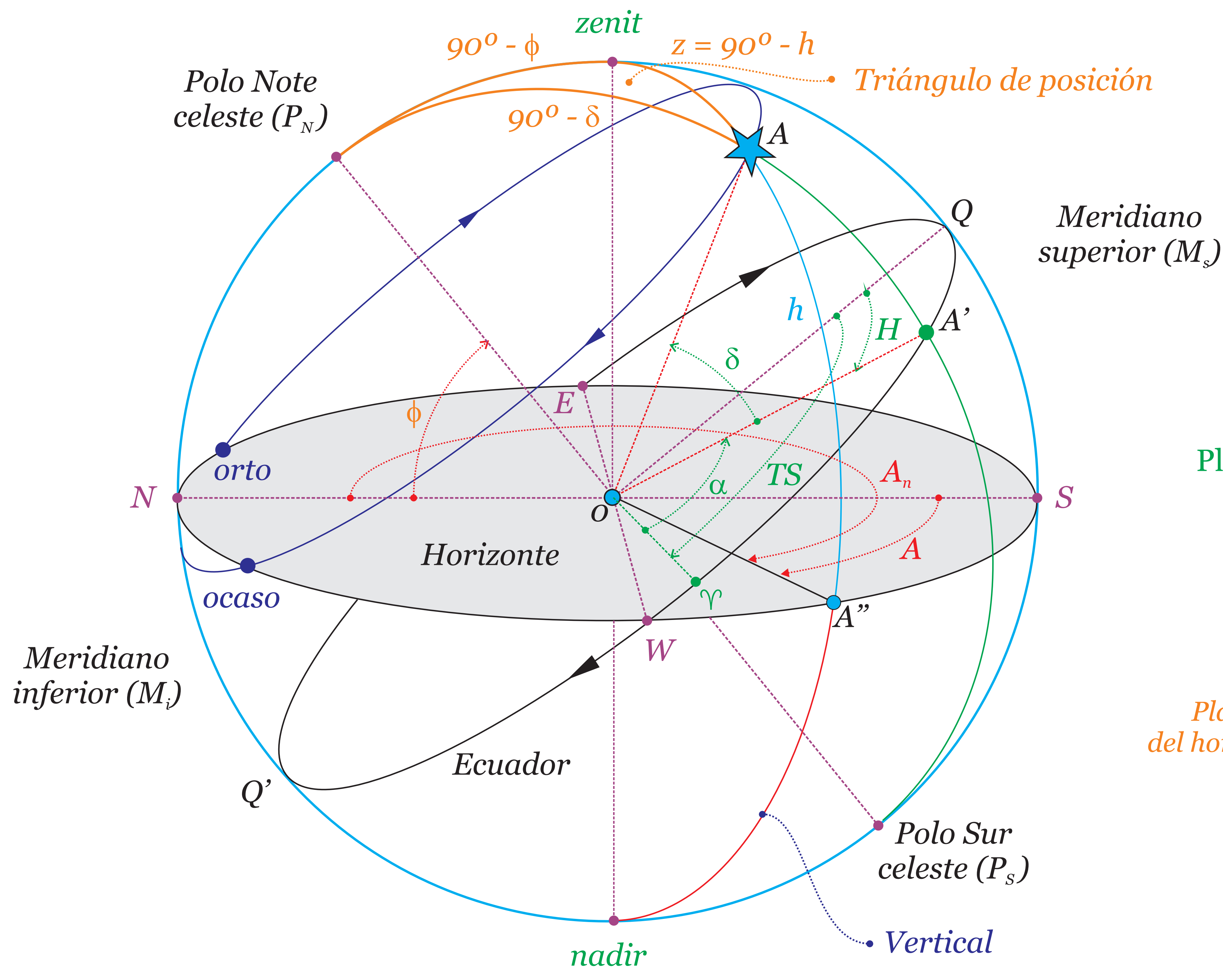
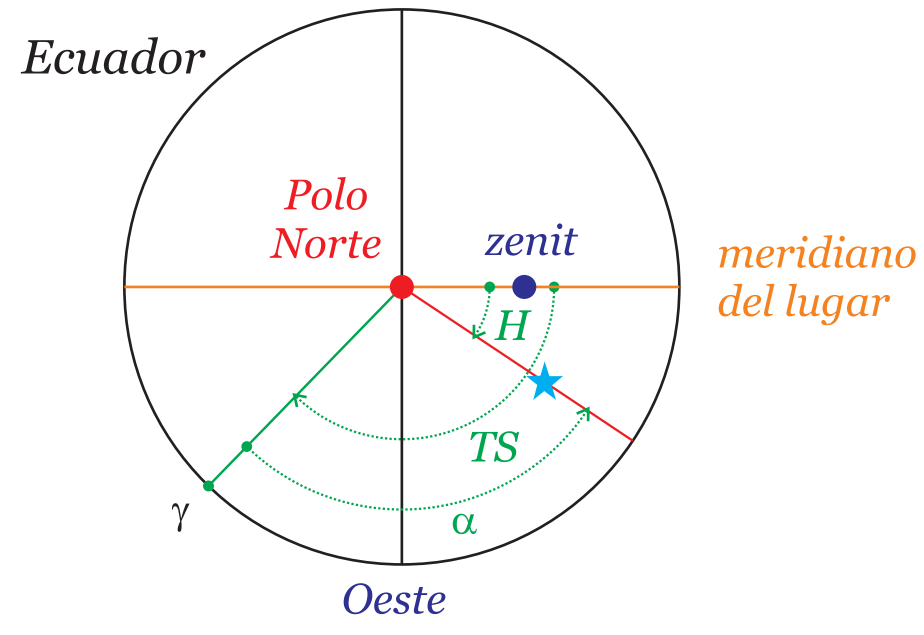
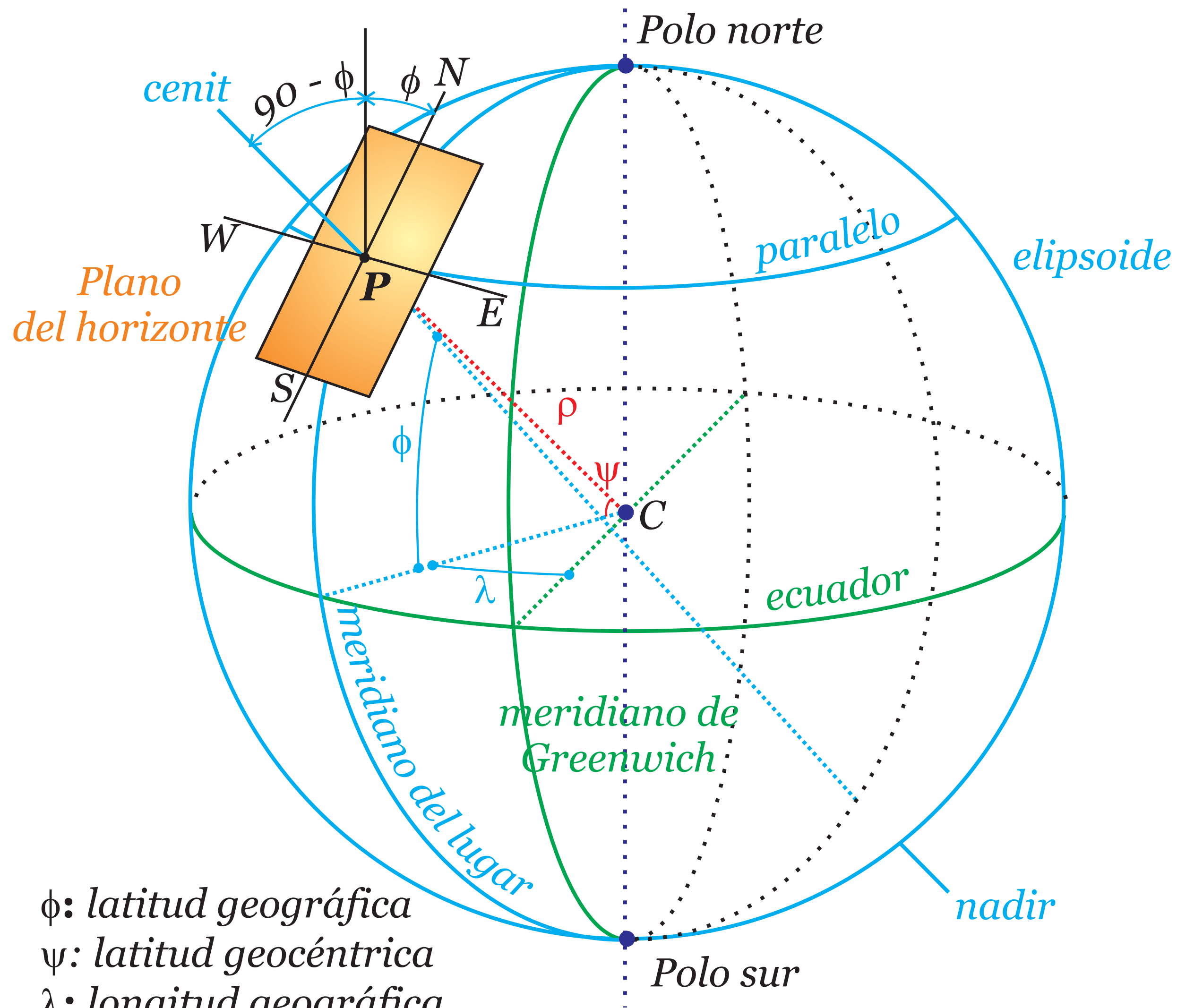
Esfera Celeste Local





Coordenadas geográficas
Plano del horizonte sobre la superficie de la Tierra

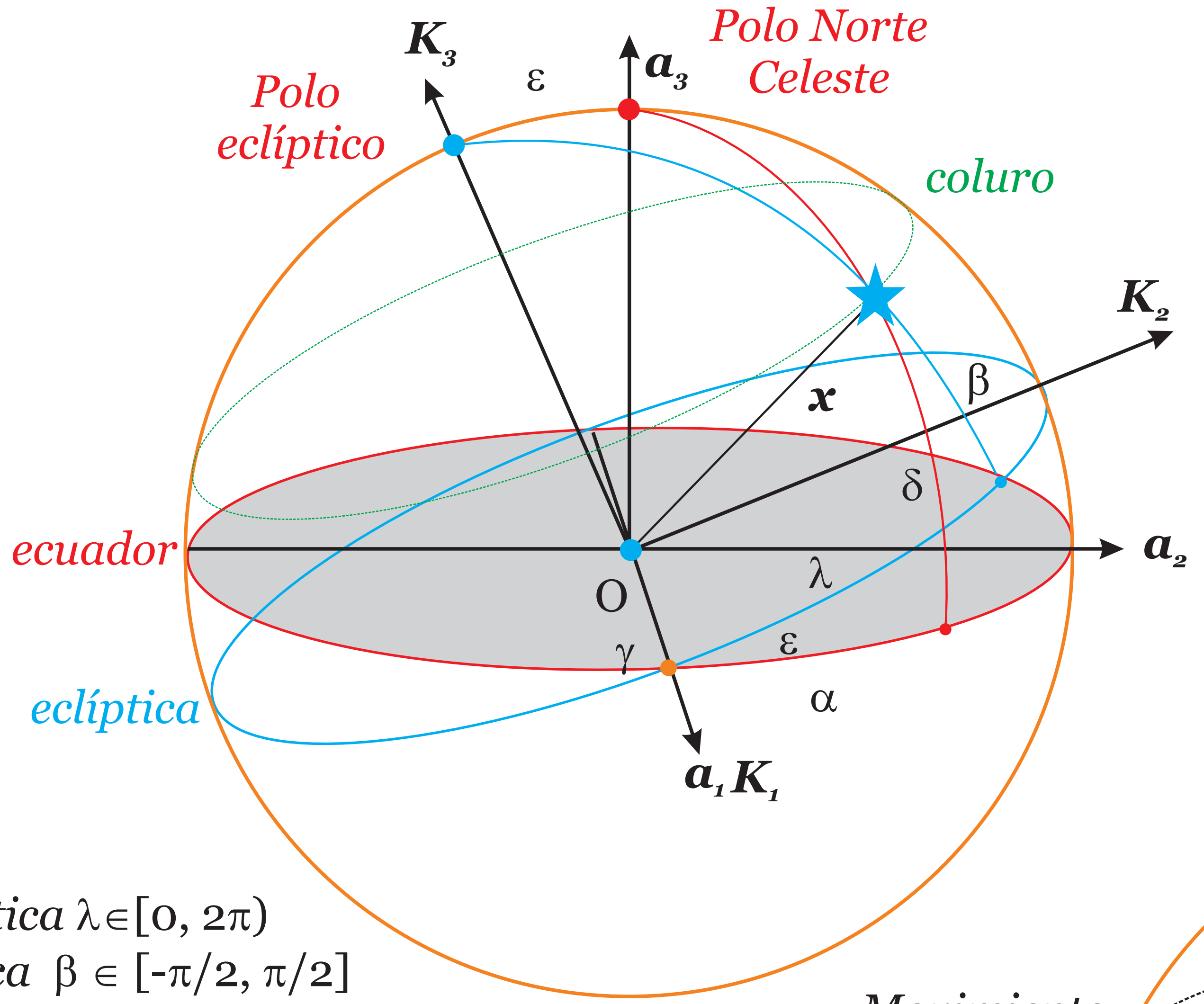


A azimut ***A_n*** azimut náutico ***H*** ángulo horario
z distancia cenital ***h*** altura α ascensión recta δ declinación
TS tiempo sidéreo γ punto vernal ϕ latitud del lugar

ϕ: *latitud geográfica*
ψ: *latitud geocéntrica*
λ: *longitud geográfica*

Coordenadas Eclípticas

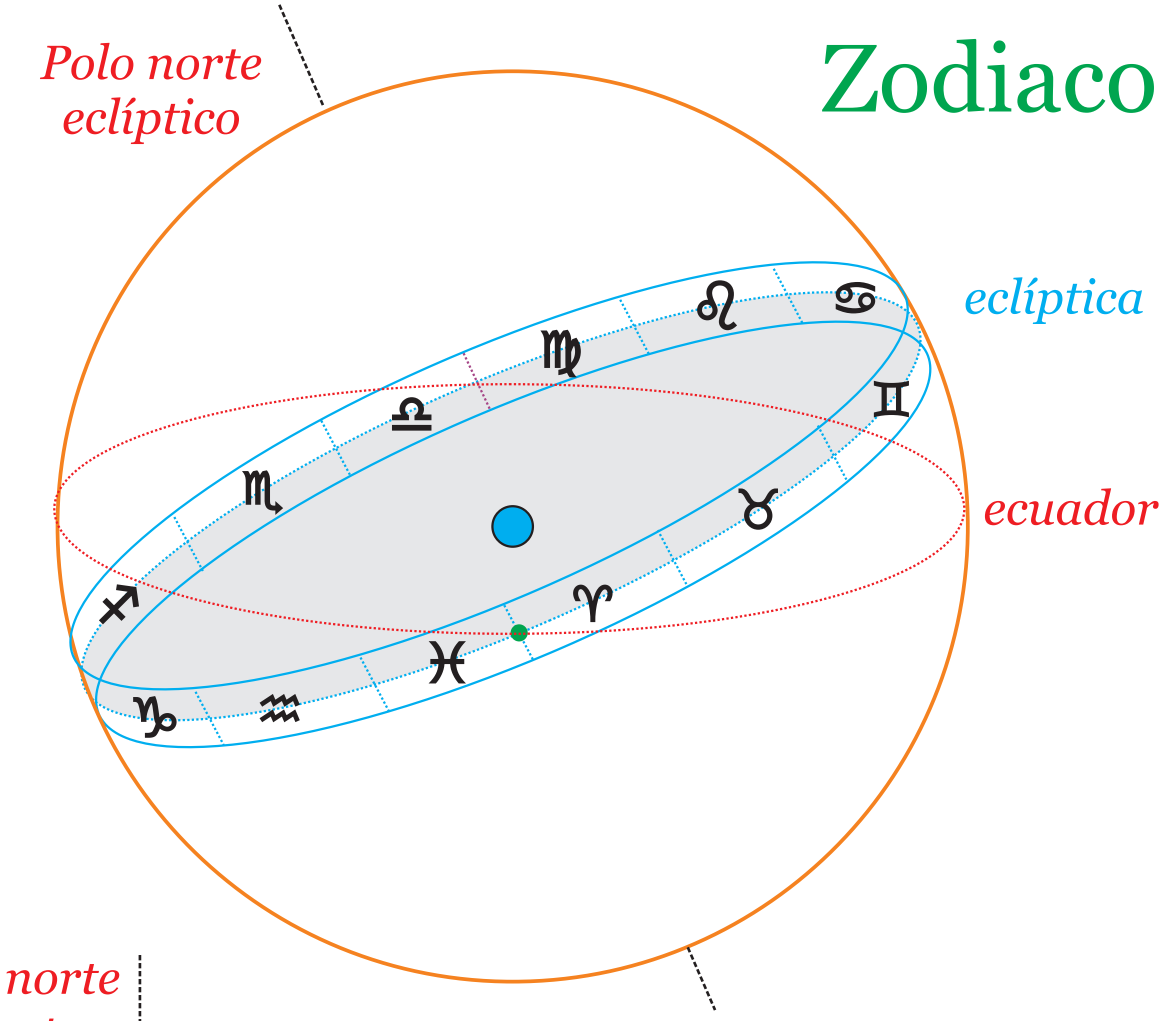
$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{K}_1 \cdot \cos\beta \cdot \cos\lambda + \boldsymbol{K}_2 \cdot \cos\beta \cdot \operatorname{sen}\lambda + \boldsymbol{K}_3 \cdot \operatorname{sen}\beta$



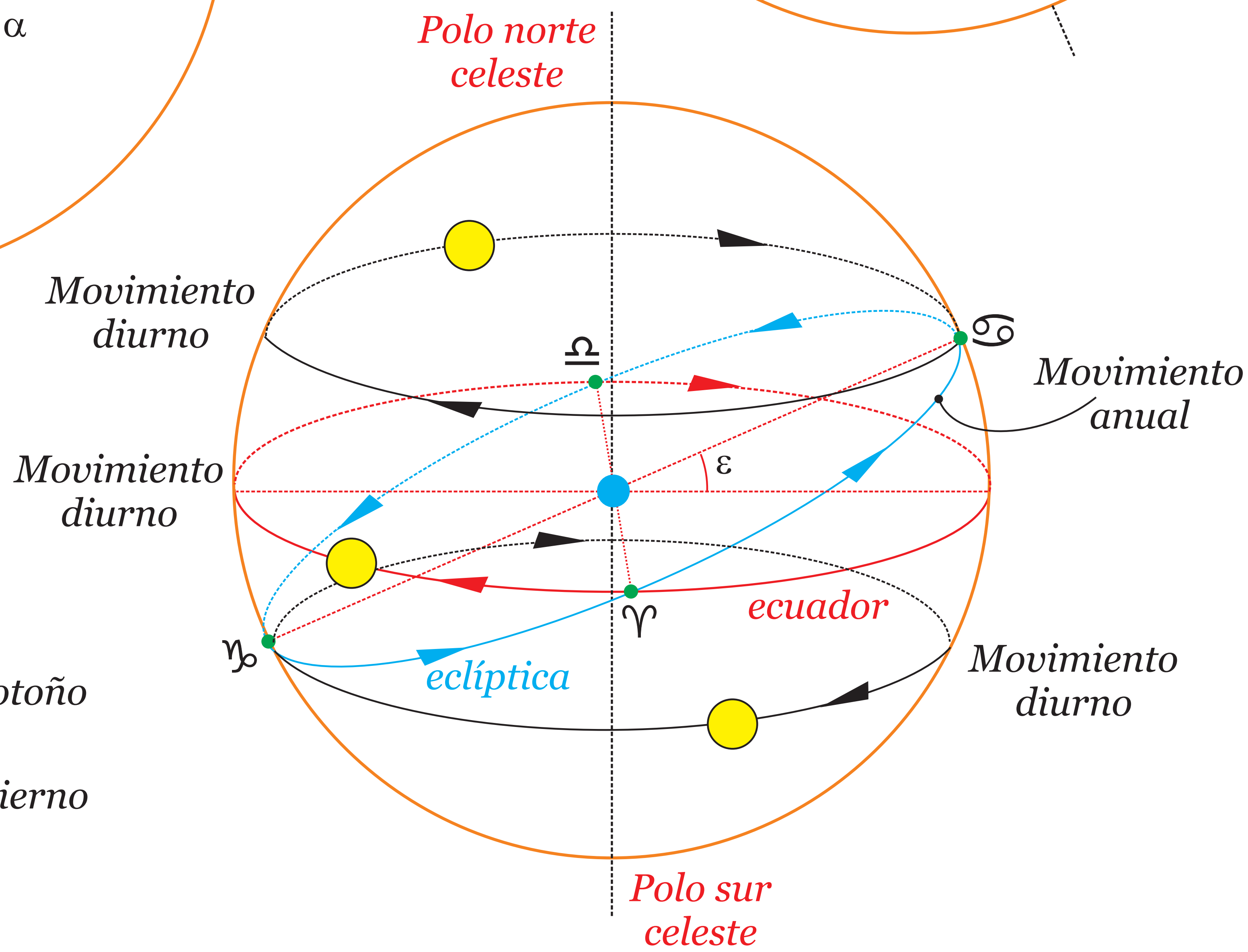
O observador
$\varepsilon = 23^o\ 27'$
γ punto vernal

λ *longitud eclíptica* $\lambda \in [0, 2\pi)$
β *latitud eclíptica* $\beta \in [-\pi/2, \pi/2]$

Zodiaco



Movimientos aparentes del Sol



♈ *Equinoccio de primavera (punto vernal)*

♎ *Equinoccio de otoño*

♋ *Solsticio de verano*

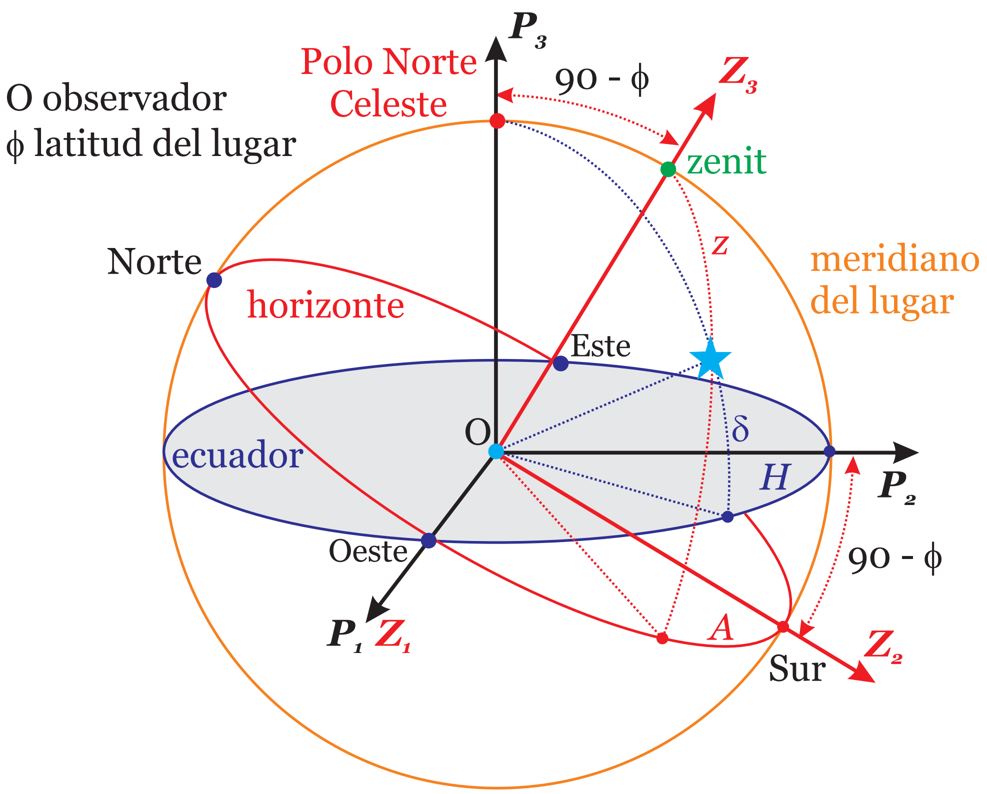
♑ *Solsticio de invierno*

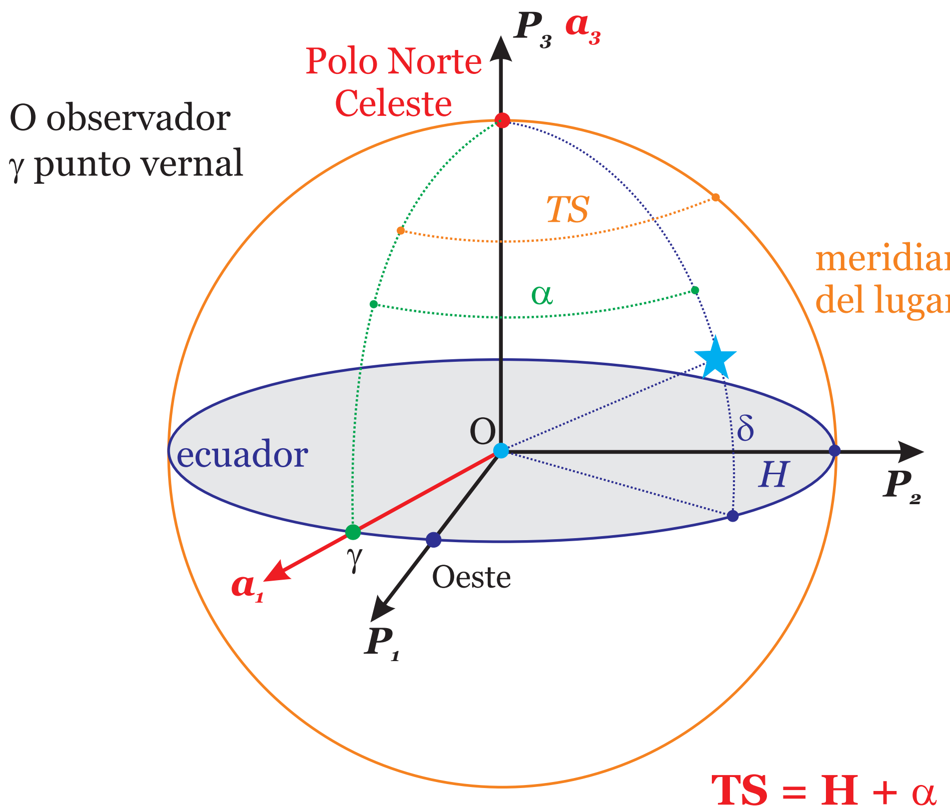
Transformación de Coordenadas Astronómicas

Coordenadas Horizontales (A, z) ⇕ Coordenadas Ecuatoriales Horarias (H, δ)

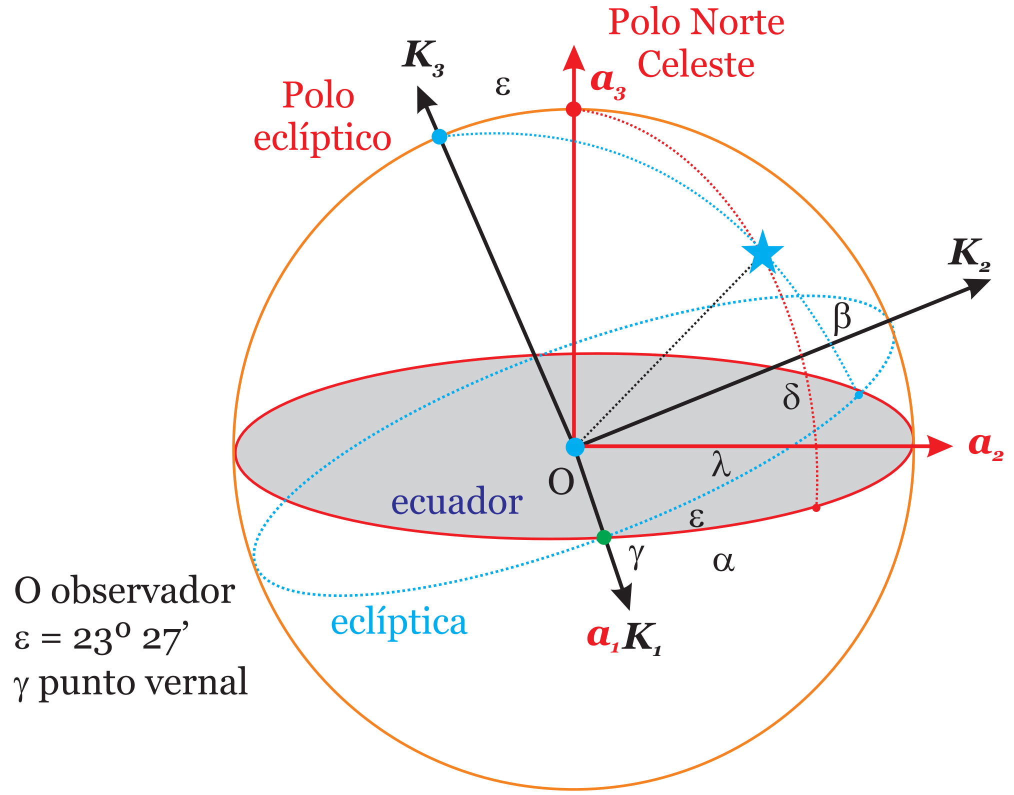
Coordenadas Ecuatoriales Horarias (H, δ) ⇕ Coordenadas Ecuatoriales Absolutas (α, δ)

Coordenadas Ecuatoriales Absolutas (α, δ) ⇕ Coordenadas Eclipticas $(\lambda\ \beta)$





$$\mathbf{TS = H + \alpha}$$



$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{Z_1} \cdot \text{sen}\, z \cdot \text{sen}\, A + \boldsymbol{Z_2} \cdot \text{sen}\, z \cdot \cos A + \boldsymbol{Z_3} \cdot \cos z$$

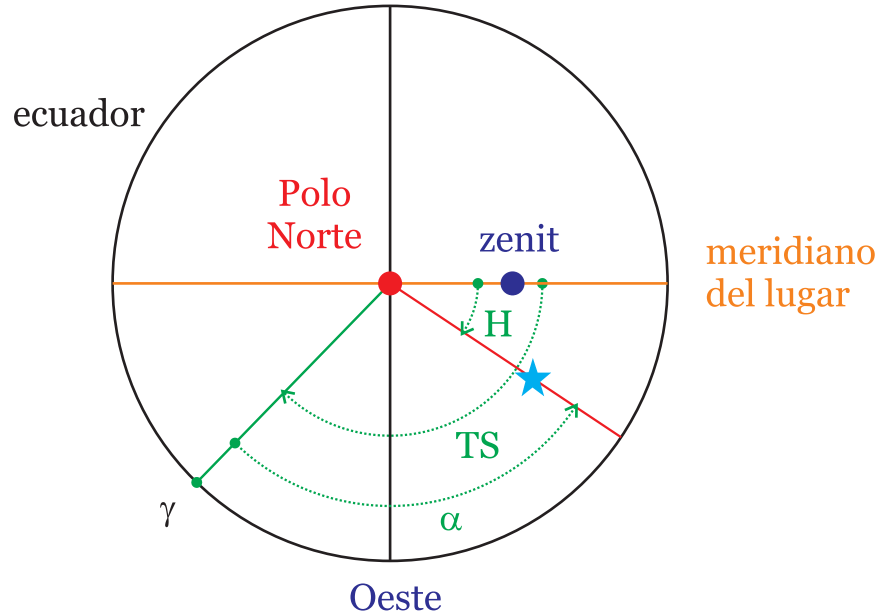
$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{P_1} \cdot \cos\delta \cdot \text{sen}\, H + \boldsymbol{P_2} \cdot \cos\delta \cdot \cos H + \boldsymbol{P_3} \cdot \text{sen}\,\delta$$

$\Leftarrow$

$\text{sen}\, z \cdot \text{sen}\, A = \cos\delta \cdot \text{sen}\, H$
$\text{sen}\, z \cdot \cos A = \cos\delta \cdot \cos H \cdot \text{sen}\,\phi - \text{sen}\,\delta \cdot \cos\phi$
$\cos z = \cos\delta \cdot \cos H \cdot \cos\phi + \text{sen}\,\delta \cdot \text{sen}\,\phi$

$\Rightarrow$

$\cos\delta \cdot \text{sen}\, H = \text{sen}\, z \cdot \text{sen}\, A$
$\cos\delta \cdot \cos H = \text{sen}\, z \cdot \cos A \cdot \text{sen}\,\phi + \cos z \cdot \cos\phi$
$\text{sen}\,\delta = -\,\text{sen}\, z \cdot \cos A \cdot \cos\phi + \cos z \cdot \text{sen}\,\phi$



A azimut ***z*** distancia cenital *h* altura
H ángulo horario δ declinación
α ascensión recta **TS** tiempo sidéreo

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a_1} \cdot \cos\delta \cdot \cos\alpha + \boldsymbol{a_2} \cdot \cos\delta \cdot \text{sen}\,\alpha + \boldsymbol{a_3} \cdot \text{sen}\,\delta$$

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{K_1} \cdot \cos\beta \cdot \cos\lambda + \boldsymbol{K_2} \cdot \cos\beta \cdot \text{sen}\,\lambda + \boldsymbol{K_3} \cdot \text{sen}\,\beta$$

$\Leftarrow$

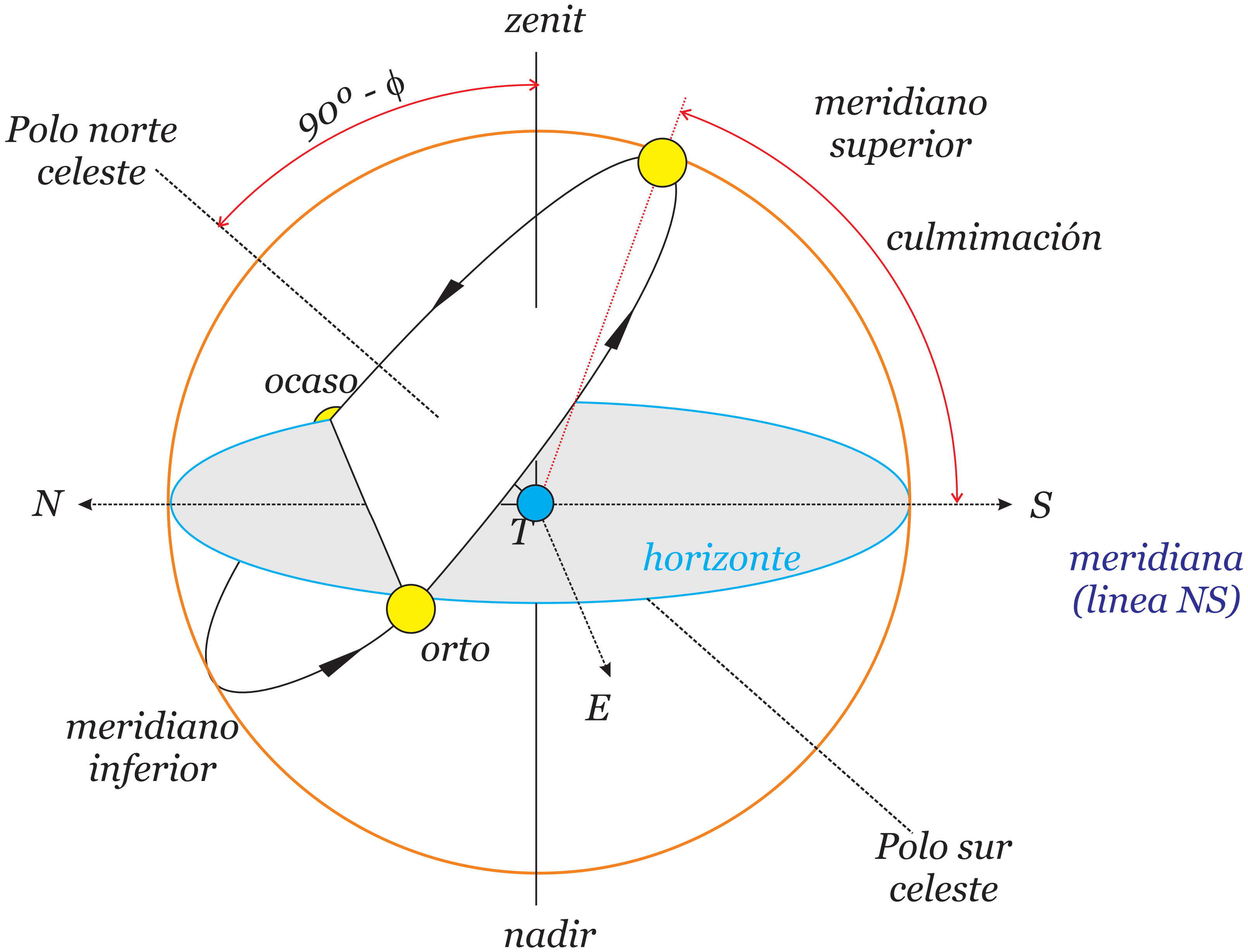
$\cos\delta \cdot \cos\alpha = \cos\beta \cdot \cos\lambda$
$\cos\delta \cdot \text{sen}\,\alpha = \cos\beta \cdot \text{sen}\,\lambda \cdot \cos\varepsilon - \text{sen}\,\beta \cdot \text{sen}\,\varepsilon$
$\text{sen}\,\delta = \cos\beta \cdot \text{sen}\,\lambda \cdot \text{sen}\,\varepsilon + \text{sen}\,\beta \cdot \cos\varepsilon$

$\Rightarrow$

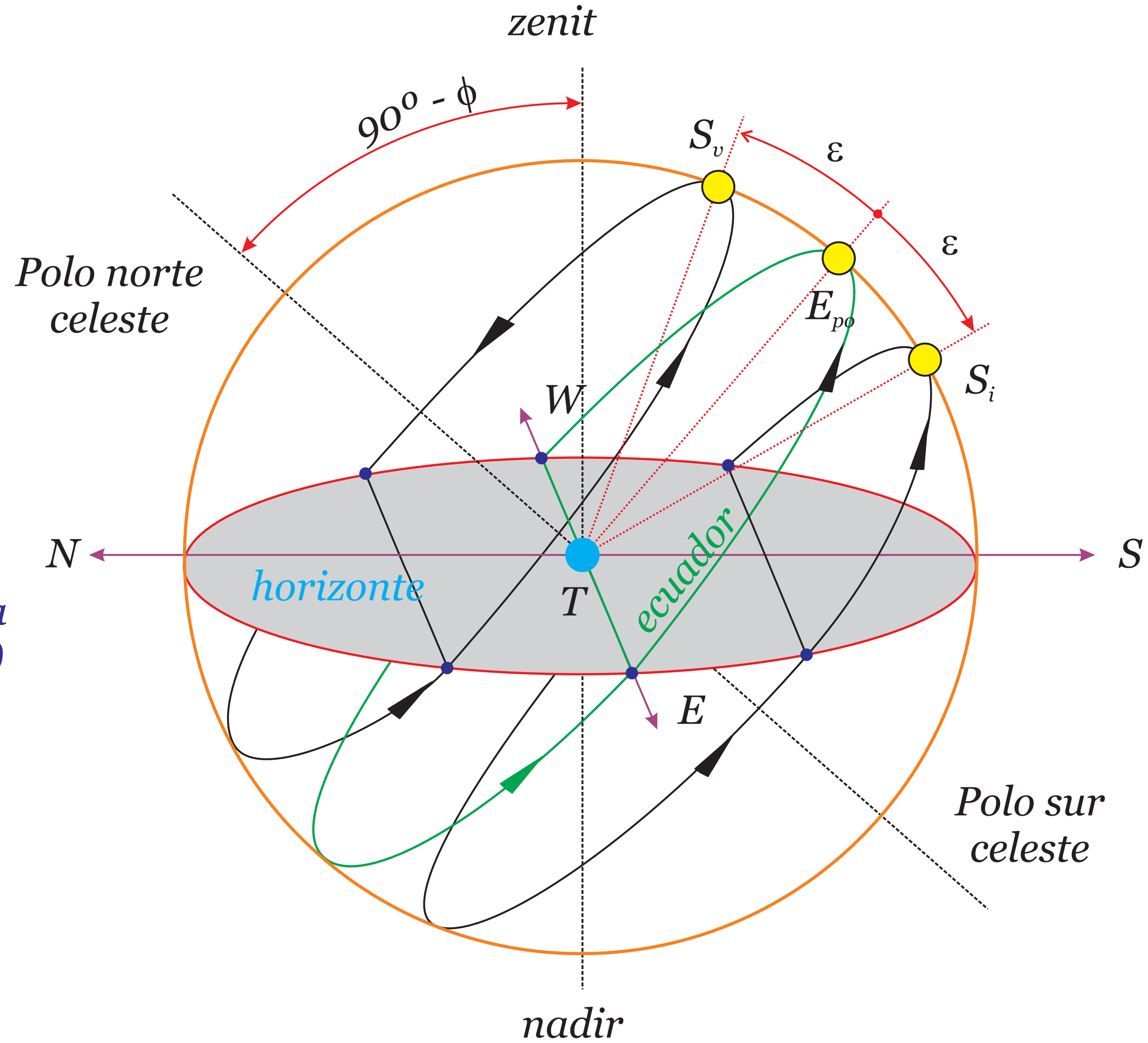
$\cos\beta \cdot \cos\lambda = \cos\delta \cdot \cos\alpha$
$\cos\beta \cdot \text{sen}\,\lambda = \cos\delta \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \cos\varepsilon + \text{sen}\,\delta \cdot \text{sen}\,\varepsilon$
$\text{sen}\,\beta = -\cos\delta \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \text{sen}\,\varepsilon + \text{sen}\,\delta \cdot \cos\varepsilon$

Movimientos aparentes del Sol por el horizonte

Recorrido diario



Recorrido anual

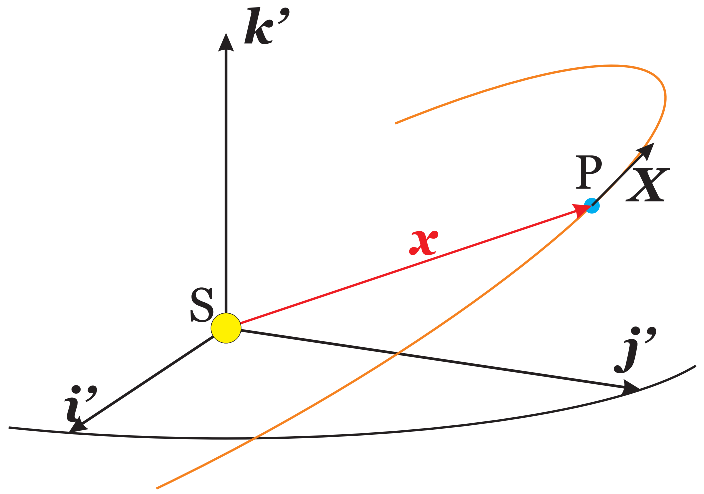


ε oblicuidad de la eclíptica (23^o 27')

S_v Solsticio de verano (22 de junio)
S_i Solsticio de invierno (22 de diciembre)
E_{po} Equinoccio de primavera (21 de marzo) y Equinoccio de otoño (23 de septiembre)

Movimientos de los planetas (I)

Ecuación de la órbita kepleriana



X vector velocidad

$||X|| = v$

$$\ddot{\vec{x}} = -\frac{\mu}{r^3}\cdot\vec{x} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\vec{x}} = \vec{X} \\ \dot{\vec{X}} = -\frac{\mu}{r^3}\cdot\vec{x} \end{cases}$$

$$\mu = G_U\cdot(m_1 + m_2)$$

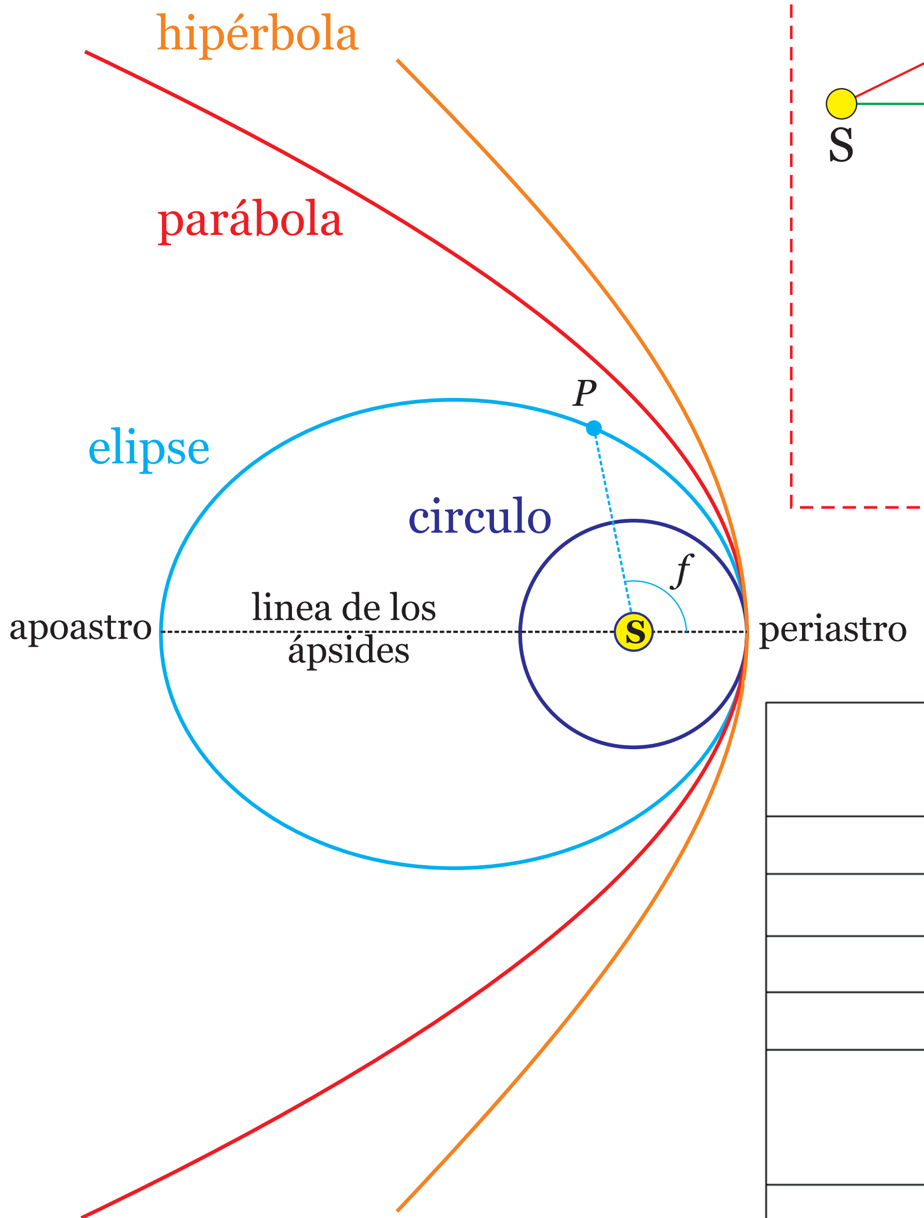
$\vec{G} = \vec{x} \times \vec{X}$ ← Momento angular por unidad de masa

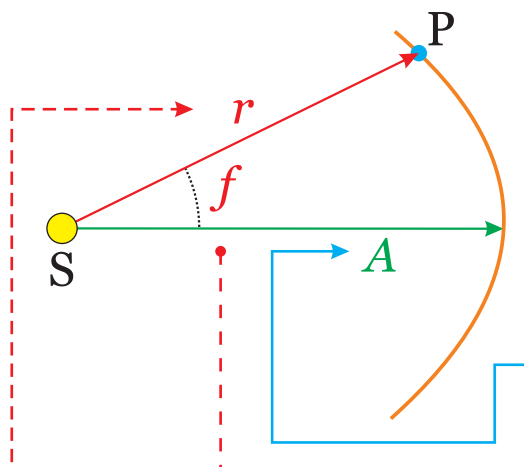
$\vec{A} = \vec{X} \times \vec{G} - \frac{\mu}{r}\cdot\vec{x}$ ← Vector de *Laplace* o de *Runge-Lenz*

$$\begin{cases} \vec{A}\cdot\vec{x} = G^2 - \mu\cdot r \\ \vec{A}\cdot\vec{X} = -\mu\cdot\dot{r} \end{cases} \longrightarrow \mathbf{A^2 = 2\cdot h\cdot G^2} + \mu^2$$

$$h = \frac{1}{2}\cdot v^2 - \frac{\mu}{r}$$

Energía por unidad de masa. Al término $T = v^2/2$ lo denominamos energía cinética y a $V = \mu/r$ energía potencial. La energía por unidad de masa, es una constante del movimiento.

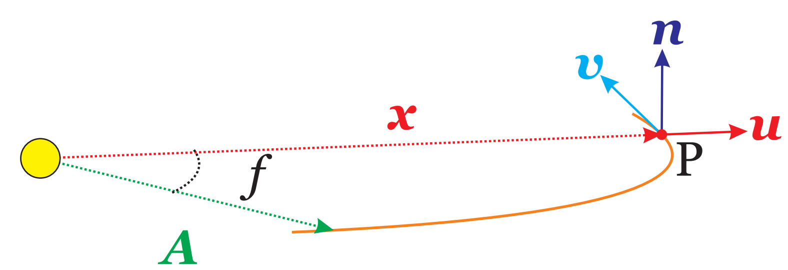




$$p = \frac{G^2}{\mu} \qquad e = \frac{A}{\mu}$$

$$\mu = G_U\cdot(m_1 + m_2)$$

$$\boxed{r = \frac{p}{1 + e\cdot\cos f}}$$



$$\vec{x} = r\cdot\vec{u}$$

$$\vec{X} = \dot{r}\cdot\vec{u} + r\cdot\dot{f}\cdot\vec{v}$$

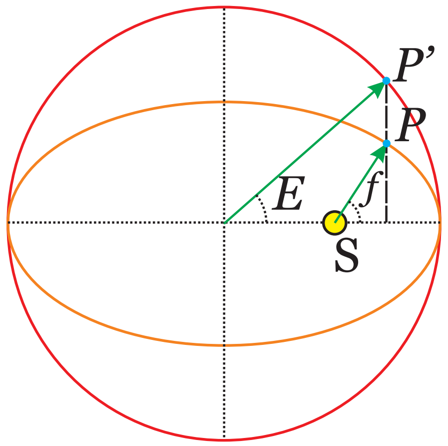
$$\vec{G} = \vec{x} \times \vec{X} = r^2\cdot\dot{f}\cdot\vec{n}$$

Parámetros	***orbita***				
	recta	*circular*	*elíptica*	*parabólica*	*hiperbólica*
momento angular (G)	0	> 0			
vector de Laplace (A)	-	0	0 < A < μ	μ	> μ
parámetro (p)	0	a > 0	a · (1 - e²)	> 0	a · (e² – 1)
excentricidad (e)	1	0	0 < e < 1	1	> 1
energía(h)	-	$\frac{-\mu^2}{2\cdot G^2} < 0$	$\frac{-\mu^2}{2\cdot G^2} < 0$	0	$\frac{\mu^2}{2\cdot G^2} > 0$
cuadrado de la velocidad (v^2)	-	$v^2 = \frac{\mu}{a}$	$v^2 = \mu\cdot\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$	$v^2 = \frac{2\cdot\mu}{a}$	$v^2 = \mu\cdot\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a}\right)$

Movimientos de los planetas (y II)

Ley horaria del movimiento

Caso elíptico



Ecuación de Kepler $M = E - e \cdot \operatorname{sen} E$

anomalía excéntrica (E)

anomalía media (M)

anomalía verdadera (f)

$$\tan\frac{f}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\frac{E}{2}$$

movimiento medio (n) $n = \dfrac{2 \cdot \pi}{P}$

Caso hiperbólico

Ecuación de Kepler $M = e \cdot \operatorname{senh} F - F$

anomalía hiperbólica (F)

$$\tan\frac{f}{2} = \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} \cdot \tan h\frac{F}{2}$$

Caso parabólico

$$2 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \cdot (t - T) = \frac{1}{3} \cdot \tan^3\frac{f}{2} + \tan\frac{f}{2}$$

Elementos orbitales

a *semieje mayor*

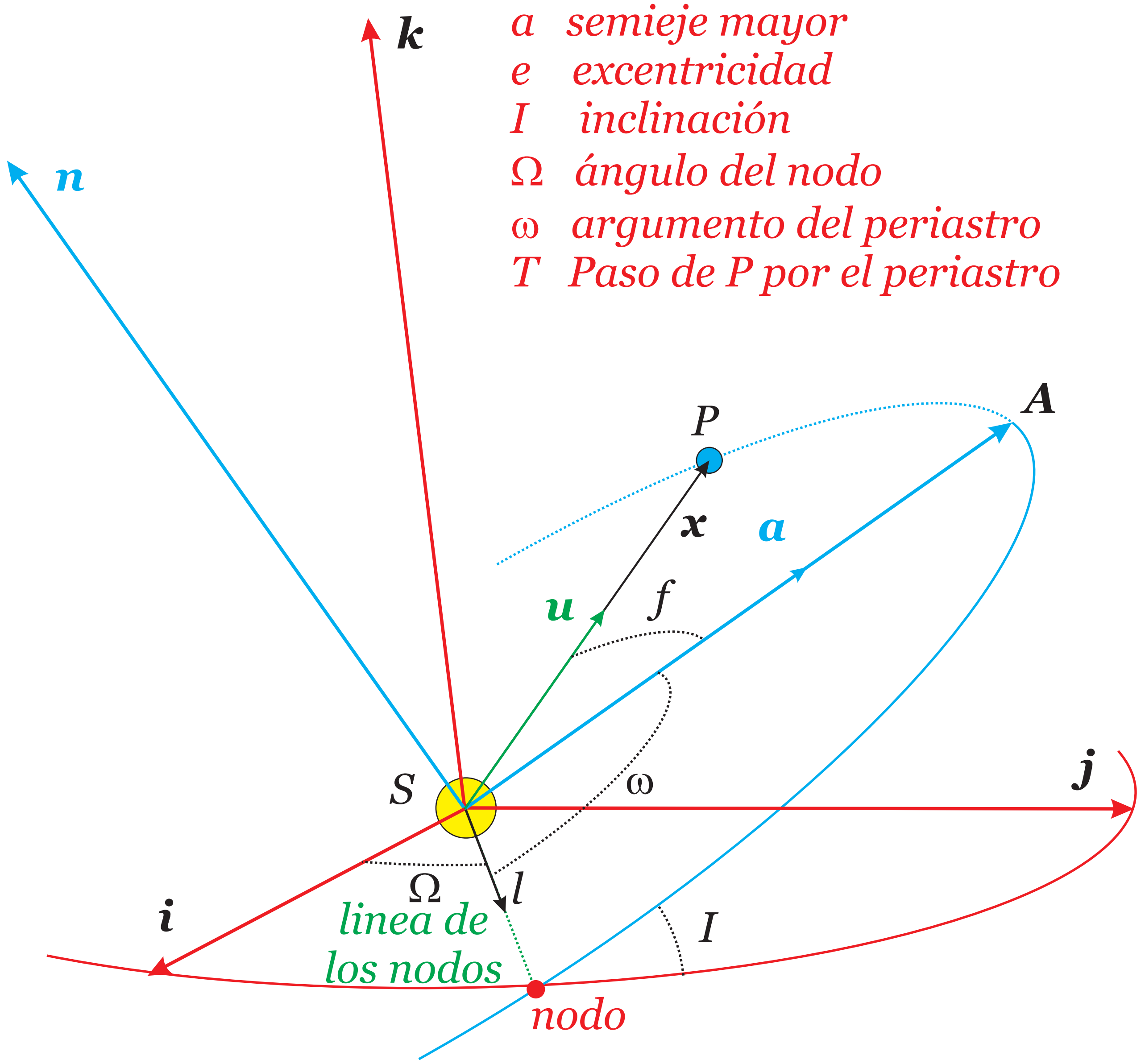
e *excentricidad*

I *inclinación*

Ω *ángulo del nodo*

ω *argumento del periastro*

T *Paso de P por el periastro*



$$\vec{u} = \vec{i} \cdot (\cos\Omega \cdot \cos\theta - \operatorname{sen}\Omega \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos I) + \vec{j} \cdot (\operatorname{sen}\Omega \cdot \cos\theta + \cos\Omega \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \cos I) + \vec{k} \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen} I$$

$$\vec{v} = \vec{i} \cdot (-\cos\Omega \cdot \operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\Omega \cdot \cos\theta \cdot \cos I) + \vec{j} \cdot (-\operatorname{sen}\Omega \cdot \operatorname{sen}\theta + \cos\Omega \cdot \cos\theta \cdot \cos I) + \vec{k} \cdot \cos\theta \cdot \operatorname{sen} I$$

vectores radiales y transversales

$\theta = \omega + f$

a *e* *I* Ω ω *T* *elementos orbitales*

$\mu = G_U \cdot (m_P + m_S)$ → $n = \sqrt{\dfrac{\mu}{a^3}}$ → $M = n \cdot (t - T)$ *anomalía media* → *ecuación de Kepler* $M = E - e \cdot \operatorname{sen} E$ → *E*

$r = a \cdot (1 - e \cdot \cos E)$ → *r* *distancia*

$\tan\dfrac{f}{2} = \sqrt{\dfrac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\dfrac{E}{2}$ → *f* *anomalía verdadera*

$G = a \cdot (1 - e^2) \cdot \mu$ → $\dfrac{G}{r} = r \cdot \dot{f}$ *velocidad transversal*

Calculo de una órbita elíptica a partir de los elementos orbitales

Movimientos Geocéntricos de los Planetas

$\mathbf{P}$ y $\mathbf{P}_\oplus$ son los periodos orbitales del planeta y de la Tierra respectivamente luego las velocidades angulares o movimientos medios se definen:

$$\mathbf{n_p} = \frac{2\pi}{\mathbf{P}} \qquad \mathbf{n}_\oplus = \frac{2\pi}{\mathbf{P}_\oplus}$$

Se puede simplificar, y expresar n_p y P de la siguiente forma:

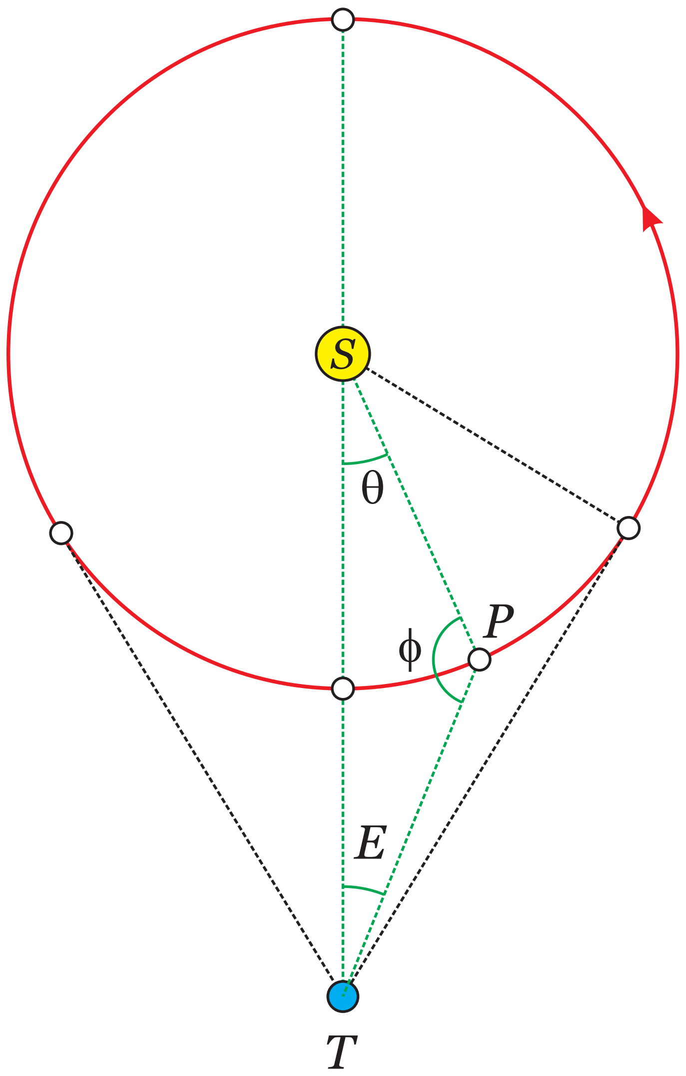
$$\mathbf{n_p} = \frac{2\pi}{\mathbf{P}_\oplus \cdot \sqrt{\mathbf{a_p^3}}} \qquad \mathbf{P} = \mathbf{P}_\oplus \cdot \sqrt{\mathbf{a_p^3}}$$

$\mathbf{a_p}$ radio de la órbita del planeta

$\mathbf{a}_\oplus = 1$

El movimiento de P respecto a este sistema es periódico, con un periodo denominado periodo sinódico:

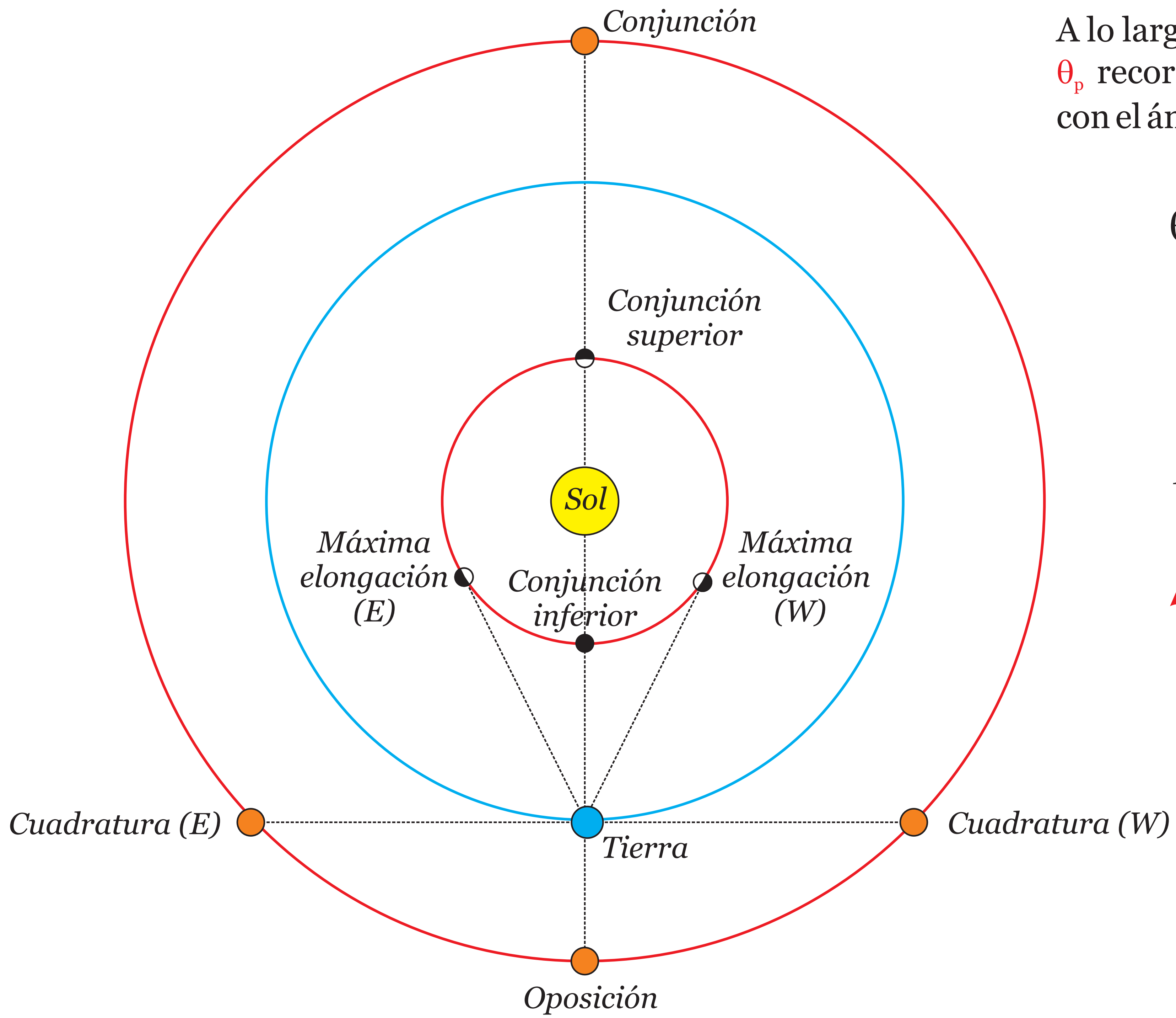
$$\mathbf{P_S} = \frac{2\pi}{\mathbf{n_s}}$$



Planeta interior

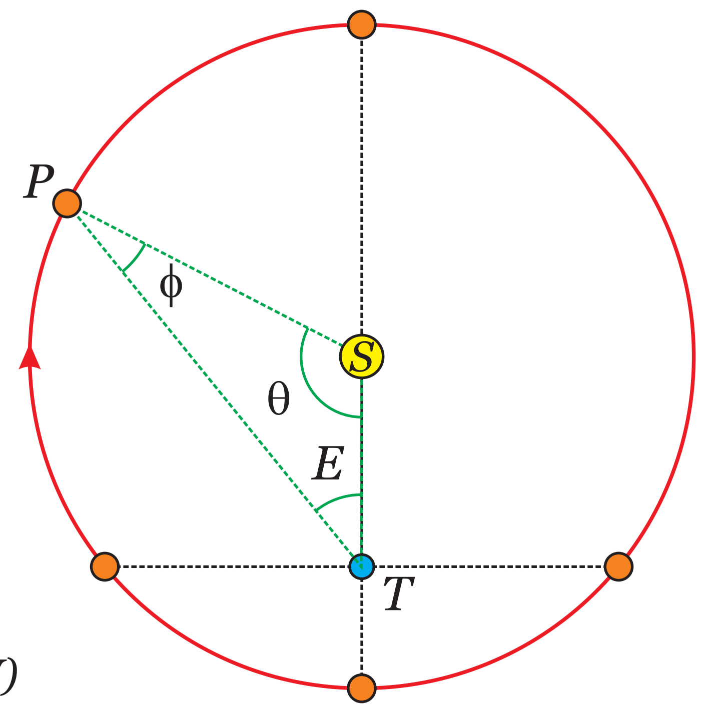
$$\frac{1}{\mathbf{P_s}} = \frac{1}{\mathbf{P_p}} - \frac{1}{\mathbf{P}_\oplus}$$

Periodo sinódico



A lo largo del periodo sinódico, el ángulo θ_p recorre el ángulo $[0,2\pi)$. Su relación con el ángulo θ del triángulo *SPT*.

$$\theta = \begin{cases} \theta_p & \theta_p \le \pi \\ 2\pi - \theta_p & \theta_p > \pi \end{cases}$$

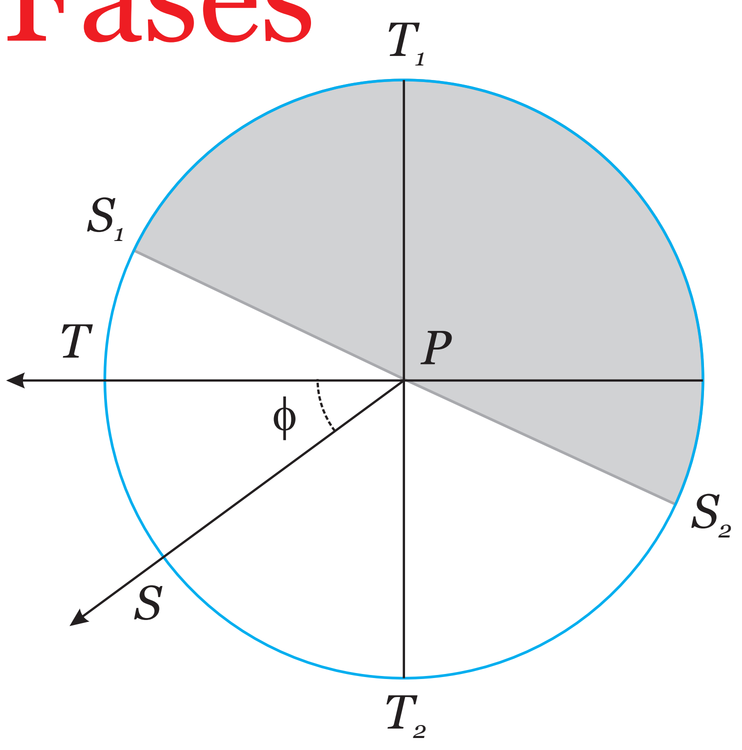


Planeta exterior

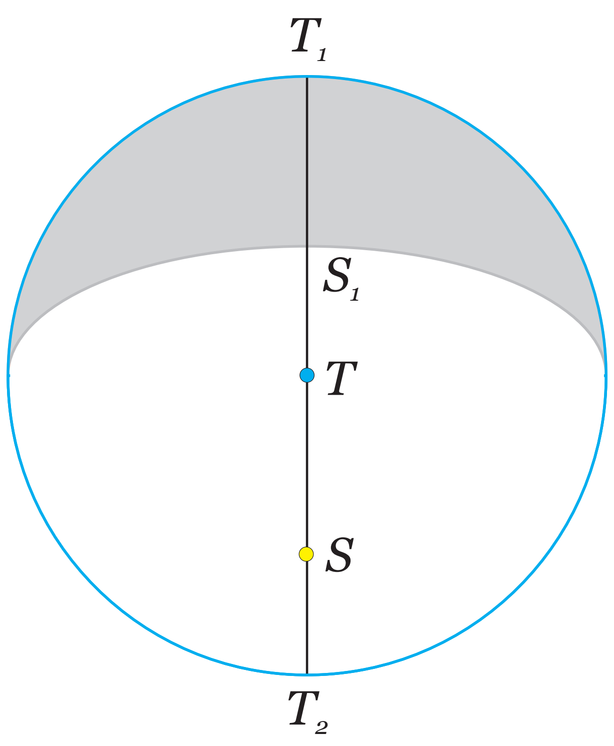
$$\frac{1}{\mathbf{P_s}} = \frac{1}{\mathbf{P}_\oplus} - \frac{1}{\mathbf{P_p}}$$

Periodo sinódico

Fases



(a)



(b)

Las fases en los planetas o la Luna se producen cuando el semidiámetro aparente del astro no está totalmente iluminado. Las fases de los planetas son debidas a que la línea *PS* (*figura a*), que determina el hemisferio S_1SS_2 del planeta iluminado por el Sol, forma un ángulo ϕ (ángulo de fase) con la línea *PT*, que determina el hemisferio T_1TT_2 visible desde la Tierra. Desde donde se observa una parte del disco iluminada (*figura b*) y otra que no lo está. A la línea que separa ambas zonas se denomina terminador. Al punto *S* que representa al polo de hemisferio del planeta iluminado se le llama punto subsolar y a *T*, punto subterrestre. El área de la parte iluminada de un planeta de radio *R* se compone, pues del área de un semicírculo ($\pi \cdot R^2/2$) y el área de una semielipse ($\pi \cdot R^2 \cdot \cos\phi\ /2$). Denominaremos fase ($\Phi$) a la relación que existe entre el área iluminada y el área total del disco.

$$\Phi = \frac{\frac{1}{2}\cdot\left(\pi\cdot R^2 + \pi\cdot R^2\cdot\cos\phi\right)}{\pi\cdot R^2} = \frac{1}{2}\cdot\left(1+\cos\phi\right) = \cos^2\frac{\phi}{2}$$

Esta expresión es válida, tanto cuando el ángulo de fase es menor de $\pi/2$, como cuando es mayor de $\pi/2$. En este último caso, la parte no iluminada corresponde a todo en semicírculo más la parte del otro semicírculo desde el diámetro hasta la elipse que forma el terminador. En este caso cos ϕ tiene signo negativo.

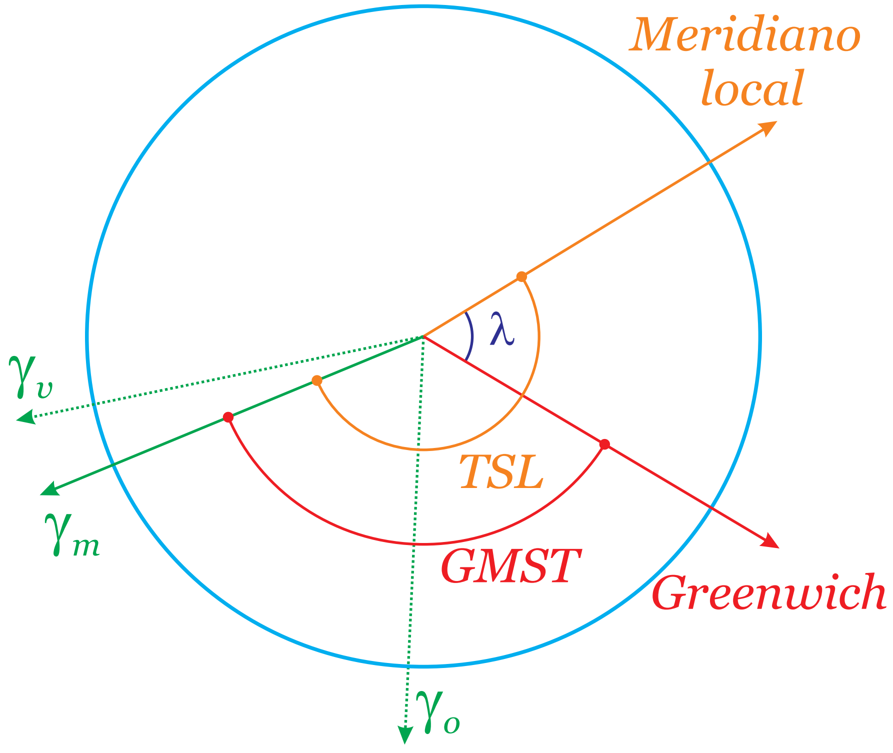
Para la Luna, cuando los ángulos de fase son 0º, 90º, 180º (a los que le corresponden unas fases de 1, ½, 0) se dice que la Luna está en la fase de Luna llena, cuarto (creciente o menguante) y Luna nueva.

fases de la Luna

fases de Venus

Medición del Tiempo (I)

Tiempo sidéreo



Tiempo sidéreo (TS) será el ángulo horario del equinocio γ. Por efectos de la precesión y la nutación se definen tres equinoccios diferentes. El equinoccio γ_o de una época o, el equinoccio verdadero (γ_v) o de la época, que es el anterior corregido por precesión y nutación y el equinoccio medio (γ_m), que es el de época o corregido solo por precesión.

Llamaremos tiempo sidéreo local aparente (TSLA) al ángulo horario del equinoccio de la época (γ_v). El ángulo horario del equinoccio medio (γ_m) será llamado tiempo sidéreo local medio (TSLM). Para corregir el hecho de que es un reloj local, se utiliza, de manera global, un reloj sidéreo situado en lugar determinado, el Observatorio de Greenwich, definiendo el tiempo sidéreo medio en Greenwich (GMST) y el tiempo sidéreo aparente en Greenwich (GAST). La diferencia entre los dos tipos de tiempo sidéreo local será igual a: $TSLM - TSLA = \Delta\psi \cdot \cos\varepsilon$, expresión llamada ecuación de los equinoccios. Donde $\Delta\psi$ es el desplazamiento angular del punto vernal por la precesión luni-solar y ε es la oblicuidad de la eclíptica.

La relación entre los tiempos sidéreos locales y en Greenwich se calcula a través de la longitud λ por medio de las relaciones.

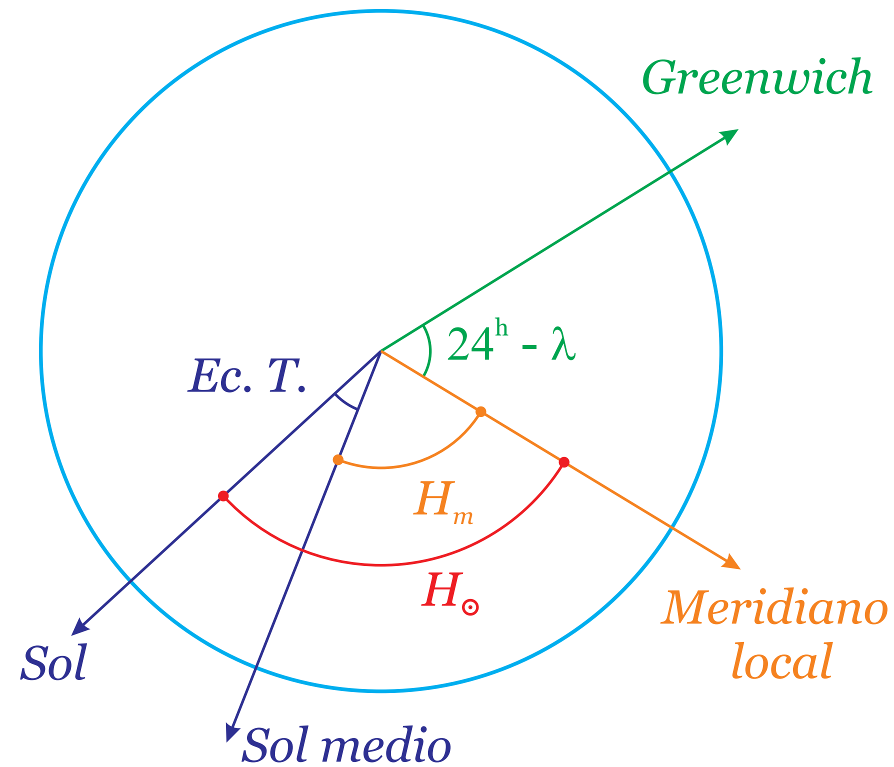
$$\mathbf{GMST} = \mathbf{TSLM} - \lambda \qquad \mathbf{GAST} = \mathbf{TSLA} - \lambda$$

Habitualmente, salvo que se especifique lo contrario, no se tiene en cuenta los efectos de la nutación y se habla únicamente de tiempo sidéreo local (TSL) y del día sidéreo como 24h de tiempo sidéreo local. Cuando hablamos de tiempo sidéreo en Greenwich seguiremos utilizando la notación GMST por ser la que lo distingue universalmente:

$$\boxed{GMST = TSL - \lambda}$$

Tiempo solar

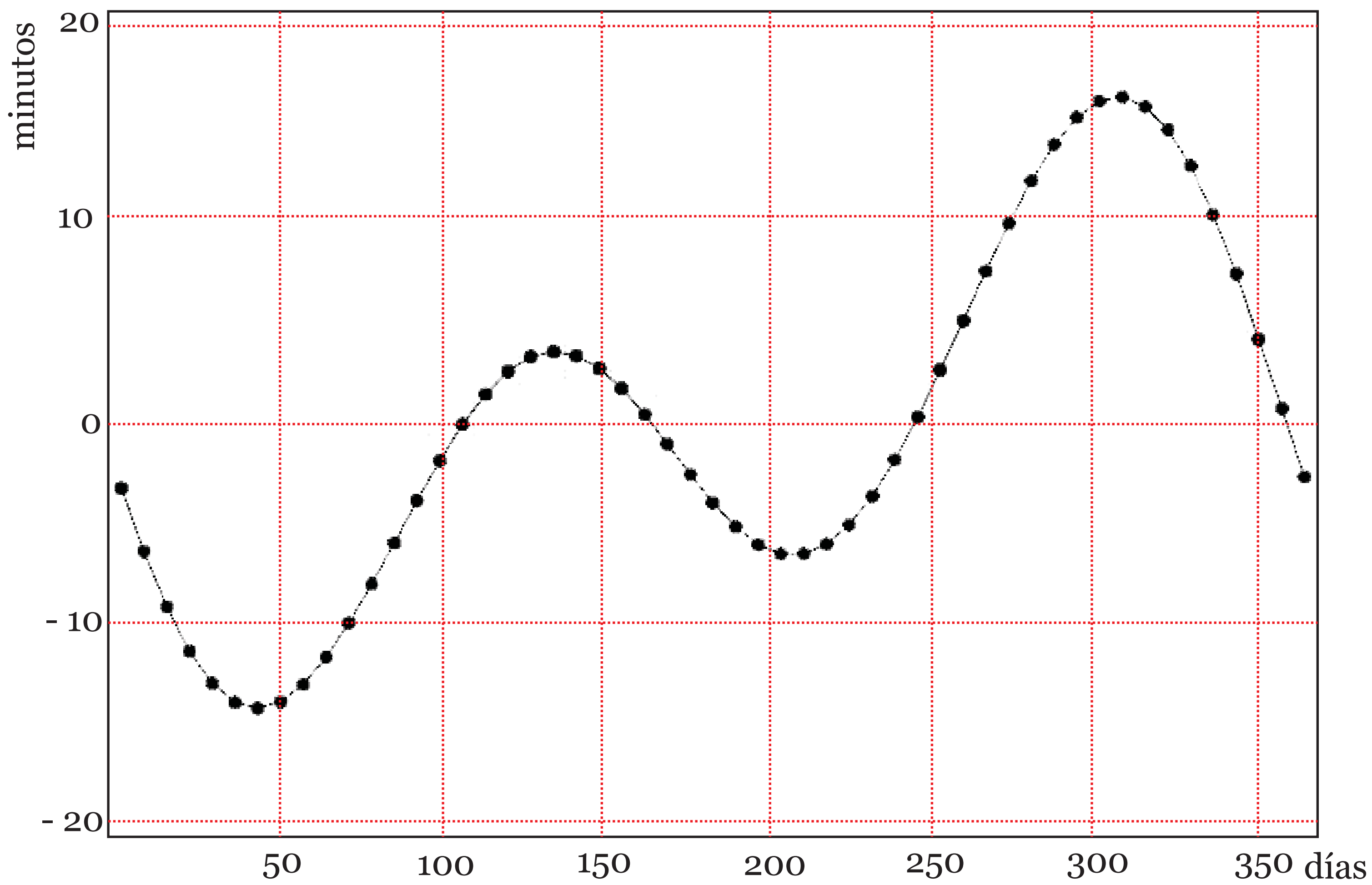
Se define tiempo solar o tiempo solar verdadero como el ángulo horario del Sol $H_\odot$. Su valor no varía de modo uniforme y no puede ser usado como reloj. Se hace necesaria la construcción de un reloj uniforme basado en la hora solar. En lugar del Sol se toma como referencia un punto imaginario, que llamamos Sol medio (S_m), que recorre el ecuador con velocidad constante n, el movimiento medio de la órbita aparente del Sol alrededor de la Tierra. Llamamos tiempo medio o tiempo solar medio al ángulo horario H_m del Sol medio. Este es el tipo de tiempo que nos permitirá una mayor aproximación al tiempo usado habitualmente en nuestra vida cotidiana. Al intervalo de 24h de tiempo medio le llamamos día medio.



La relación del tiempo medio con el tiempo solar vendrá dado a través de la ecuación del tiempo:

$$\boxed{Ec.\ T. = H_\odot - H_m}$$

Medición del Tiempo (II)



Ecuación del tiempo

La figura muestra la evolución de la ecuación del tiempo a lo largo del año. Puede observarse que posee dos máximos y dos mínimos y cuatro ceros a lo largo del año. Aproximadamente los ceros se producen el 16 de abril, 13 de junio 1 de septiembre y 25 de diciembre. El máximo absoluto el 3 de noviembre (unos 16^m) y el máximo relativo el 14 de mayo (unos 4^m). El mínimo absoluto el 11 de febrero (unos 14^m) y el mínimo relativo el 26 de julio (unos 6^m)

Tiempo universal

La base del tiempo utilizado en la vida civil es el tiempo medio, sin embargo, por su definición como el ángulo horario del Sol medio, hace que el día empieza cuando el Sol pasa por el meridiano del lugar y su ángulo horario será de 0^h. Pero, esto no concuerda con la vida cotidiana, ya que el cambio de día se produce a la media noche, es decir cuando con un ángulo horario de 12^h. Este desfase se corrige añadiendo 12^h al tiempo medio. Por ello, en 1925, se definió el tiempo civil local como:

$$\boxed{TC = H_m + 12^h}$$

Como este tiempo tiene un carácter local, depende de la longitud (λ) del lugar, con el fin de fijar un tiempo común para todos los lugares en 1884 se fijó el meridiano de referencia el que pasaba por el eje del círculo meridiano del observatorio de Greenwich y a la hora civil de ese meridiano se le llamó Tiempo Universal Cero (TU0 o Ut0):

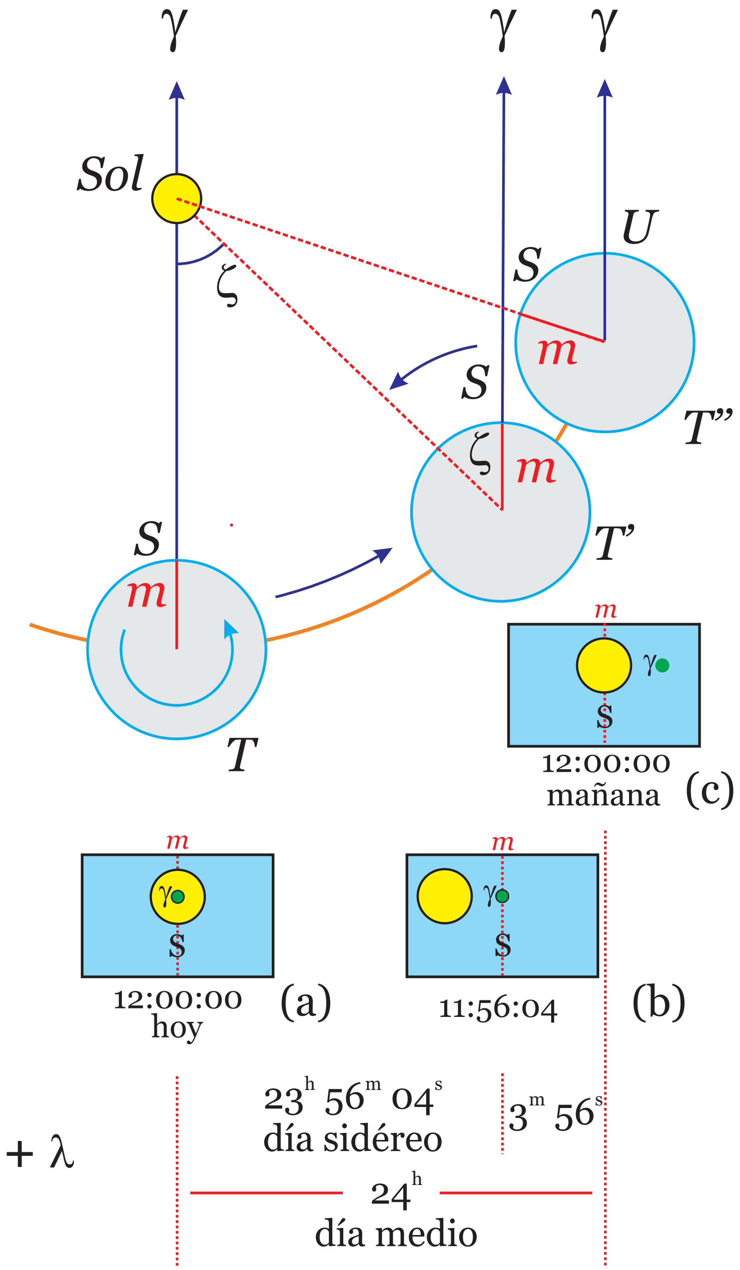
$$\boxed{TU0 = TC - \lambda_o}$$

Esta ecuación relaciona el tiempo civil obtenido a partir de la observación del ángulo horario del Sol medio con la longitud l0 del observatorio, sin corregir esta por el efecto del movimiento del polo. Si se emplea la longitud corregida se tiene el Tiempo Universal 1 (TU1 o UT1). En ocasiones aparece el término Tiempo Medio de Greenwich (GMT), termino en desuso, que antes se empleaba para referirse al Tiempo Universal.

Medición del Tiempo (y III)

Tiempo sidéreo y medio

Consideremos cierto día en que la Tierra esta ubicada en *T* en el instante en que culminan el Sol y el punto de Aries (γ). Sea el meridiano local es *m* y el punto sur (S). El Sol y el punto de Aries culminan a la vez (a). A medida que transcurre el tiempo la Tierra se traslada de T a T', a la vez que gira. En T' el punto de Aries culmina de nuevo, mientras que el Sol aún no (en ese instante se produce un desfase angular ST'R), de modo que la Tierra deberá girar finalmente un ángulo adicional de valor U T''S, lo cual supone unos cuatro minutos más de tiempo, y se dice que el Sol *retrasa* respecto al punto de Aries (b). Finalmente, el Sol culmina por segunda vez en T'' y se dice que ha transcurrido un día solar. En ese instante la estrella está al oeste del meridiano local, y se dice que *adelanta* respecto al Sol (c).



El tiempo de T a T'' es un día sidéreo, cuya duración es de $23^h\ 56^m\ 4^s{,}0916$ aproximadamente, mientras que el tiempo de T a T'' es un día medio de 24 horas. Por lo tanto, un día sidéreo equivale a 0,9972696 días medios ($23^h 56^m 56^s{,}09053$ medios) y recíprocamente un día medio son 1,0027379 días sidéreos ($23^h 03^m 56^s{,}55537$ sidereos).

Para calcular el tiempo sidéreo (TSL) de algún lugar conocidos $GMTS_o$, la longitud del lugar (λ) y el tiempo universal (TU):

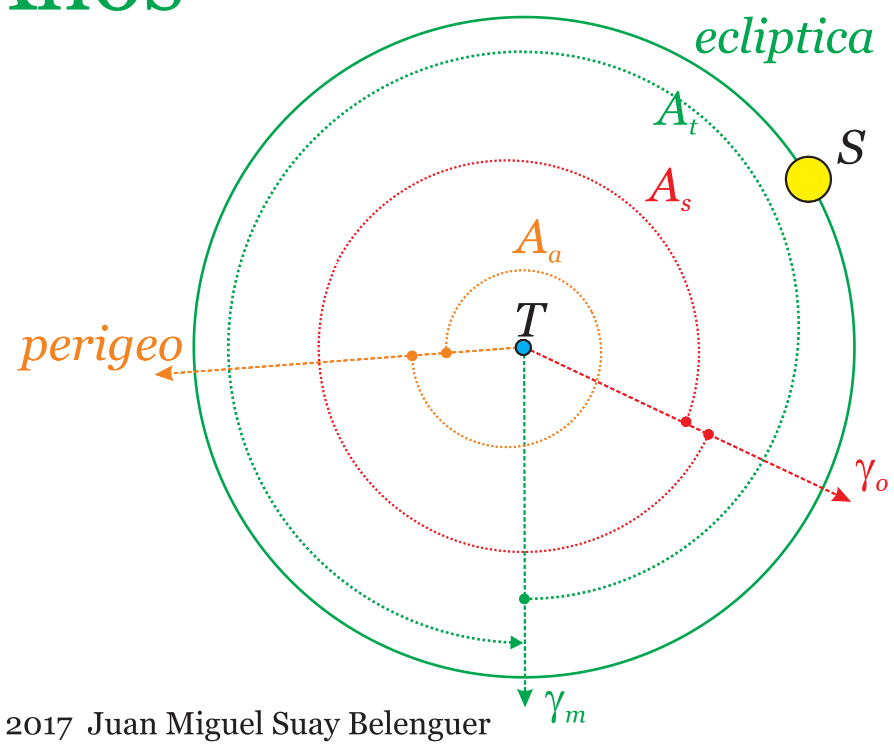
$$\mathbf{TSL = GMST + \lambda}$$

$$\mathbf{GMST = GMST_o + 1{,}0027379\ TU}$$

$$\mathbf{TSL = GMST_o + 1{,}0027379\ TU + \lambda}$$

$$\mathbf{TU = 0{,}9972696\ (TSL - GMST_o - \lambda)}$$

Años



El concepto de año está asociado al movimiento orbital de la Tierra en torno al Sol o lo que es equivalente a la del Sol en torno a la Tierra. Llamaremos año anomalístico A_a, al intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por el perigeo. Llamamos año sidéreo (A_s) al intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por el equinoccio γ_o de época fija. Se llama año trópico (A_t), al intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por el equinoccio medio.De manera bastante aproximada, la duración de estos años así definidos en días se puede tomar como:

$$A_a = 365{,}2596 \qquad A_s = 365{,}2564 \qquad A_t = 365{,}2422$$

Que el año tópico no tenga un número exacto de días ha motivado numerosos problemas a la hora de confeccionar calendarios y el motivo de la introducción de los llamados años bisiestos. Otra definición es tomar la duración del año como 365,25 días medios y recibe el nombre de año Juliano.